

## STRUKTURÁLATLAN PROBLÉMÁK KEZELÉSE

“Vonuljak vissza és figyeljek, vagy avatkozzam közbe és mondjam meg nekik, mit kell csinálni?”

### Bevezetés

A legtöbb matematikai és természettudományi tanítási órán a tanulók olyan feladatokat kapnak, amelyeknél precízen megmondják nekik, mit kell alkalmazniuk a megoldáshoz. Úgy tanulnak tehát, hogy követik az instrukciókat. A hétköznapi életben felmerülő helyzetek és problémák azonban általában nem ilyenek. Ahelyett, hogy valamely készség vagy fogalom gyakoroltatását szolgálnák, a valós életből vett példákat a tanulóknak le kell tudniuk egyszerűsíteni, ki kell választaniuk az oda tartozó tudáselemeket és folyamatokat a „készletből”, és ellenőrizniük kell, vajon a megoldás „elég jó-e” a szóban forgó cél szempontjából.

Logikusnak látszik: ha azt szeretnénk, hogy a tanulók megtanulják önállóan használni tudásukat a jövőbeni életükben, akkor lehetőséget kell biztosítanunk számukra, hogy kevésbé strukturált problémákon dolgozzanak az iskolában. Ebben a modulban összehasonlítjuk néhány feladat strukturált és strukturálatlan változatát, és fontolóra vesszük, hogy a strukturálatlan problémák milyen kihívásokat támasztanak a tanulókkal és a tanárokkal szemben. T

### Tevékenységek

A: A strukturált problémák más szemmel.....	2
B: Hasonlítsuk össze a strukturált és a strukturálatlan problémákat!.....	4
C: Segítő stratégiák .....	6
D: Egy foglalkozás megfigyelése és elemzése .....	8
E: Egy foglalkozás megtervezése, kipróbálása és a tapasztalatok megbeszélése.....	9
Further reading.....	10
References .....	10

### Acknowledgement:

This material is adapted for PRIMAS from:

Swan, M; Pead, D (2008). *Professional development resources*. Bowland Maths Key Stage 3, Bowland Trust/ Department for Children, Schools and Families. Available online in the UK at:

<http://www.bowlandmaths.org.uk>. It is used here by permission of the Bowland Trust.

## A: A STRUKTURÁLT PROBLÉMÁK MÁS SZEMMEL

**A szükséges idő: 20 perc.**

**Az 1-es Handout** három strukturált problémát mutat be:

- Pingpongverseny szervezése
- Doboz tervezése 18 bonbon számára
- Testtömeg-index kiszámítása

Ezek a problémák ugyanolyan típusúak, mint amilyenek leginkább előfordulnak a matematikai és természettudományi órákon. Az első kettő csoportmunkához alkalmas, a harmadik pedig számítógépes feladat. Azért nevezzük ezeket strukturált problémáknak, mert végigvezetik a tanulókat a problémán, irányítva őket, és (helyettük) döntéseket hozva.

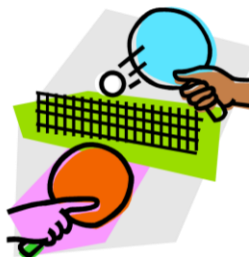
- Válasszuk ki, és alaposan gondoljuk végig az egyik strukturált problémát!
- Gyűjtsük ki azokat az utasításokat, amelyeket a feladat a tanulók számára ad!
- Változtassuk meg a feladatot úgy, hogy néhány döntést nem utasításként adunk, hanem a tanulóra bízunk.  
Ezáltal a feladat kevésbé strukturálttá alakítjuk.

Például a Pingpongverseny szervezése feladatban a tanulók ezeket az utasításokat kapják:

- hogyan kell kódolni a játékosokat (A, B, C, stb.),
- kilistázni az összes meccset, amelyre sor kerül,
- hogyan kell szisztematikusan sorba rendezni ezeket a meccseket,
- hogyan kell meghatározni a játszmák sorrendjét,
- egy időben egy játékos nem játszhat két táblánál!

## Handout 1: Structured problems

### Organising a table tennis tournament



You have the job of organising a table tennis tournament.

- 7 players will take part
- All matches are singles.
- Every player has to play each of the other players once.

1. Call the players A, B, C, D, E, F, G  
Complete the list below to show all the matches that need to be played.

A v B      B v C      ....  
A v C      B v D      ....  
....      ....      ....

2. There are four tables at the club and each game takes half an hour.  
The first match will start at 1.00pm.

Copy and complete the poster below to show the order of play, so that the tournament takes the shortest possible time.  
Remember that a player cannot be in two places at once!  
You may not need to use every row and column in the table!

Start Time	Table on which the game will be played			
	1	2	3	4
1.00	A v B			
1.30				
2.00				
2.30				
3.00				
3.30				
4.00				
4.30				

**Designing a box for 12 sweets**

You work for a design company and have been asked to design a box for 12 sweets. The sweets are 1 cm thick, 1 cm wide and 1 cm high. The box must be made from a single sheet of A4 card with as little cutting as possible.

On the right, below, show how the card can be folded to make the box. Glue the flaps together to make the box.

Make your box to check.

### Calculating Body Mass Index

This calculator is used to help adults find out if they are overweight.

**Body Mass Index (BMI) Calculator**  
Enter values for height and weight.

Height:  metres  
Weight:  kilograms  
BMI:   
You are in the **ideal weight** category

Body mass index (BMI) is measure of body fat that applies to adult men and women.

1. Fix the height at 2 metres - a very tall person!  
Complete the table below and draw a graph to show your results.

Weight (kg)	60	70	80	90	100	110	120	130	140
BMI									

- (a) What is the largest BMI for which someone is underweight?
- (b) What is the smallest BMI for which someone is overweight?
- (c) When you double the weight, what happens to the BMI?
- (d) Can you find a rule for calculating BMI from the weight?

2. Fix the weight at 80 kilograms and try varying the height.

- (a) When you double the height, what happens to the BMI?
- (b) Can you find a rule for calculating BMI from the height?
- (c) Draw a graph to show the relationship between the height and the BMI.

## B: HASONLÍTSUK ÖSSZE A STRUKTURÁLT ÉS A STRUKTURÁLATLAN PROBLÉMÁKAT!

**A szükséges idő: 10 perc**

**A 2-es Handout** tartalmazza az A részben használt feladatok strukturálatlan változatait.

- Hasonlítsuk össze a kevésbé strukturált változatokat a strukturált változatokkal!
- Milyen döntéseket hagyhatunk a tanulókra?
- Milyen pedagógiai problémák merülnek föl, ha elkezdünk olyan feladatokat használni, mint az itteni strukturálatlan problémák?

Néhány probléma, amit itt a tanárok meg szoktak említeni:

- A strukturálatlan feladatok nehezebbek.
- Ilyen feladatokkal nehezebb megtervezni a tanórát.
- A tanulók néha hozzá sem tudnak fogni ezekhez. Ezek után mégis strukturálni kell majd a feladatokat?
- A tanulók nem biztos, hogy az általunk tanított módon vagy eszközzel oldják meg a feladatot.
- Ha túl hamar segítünk, a tanulók egyszerűen azt fogják tenni, amit mondunk, és nem fognak önállóan gondolkodni.
- A tanulók sokféle megközelítésmódot és megoldást fognak generálni.
- A tanulóknak megerősítésre lehet szükségük, hogy rendjén való egy új megoldásmenetet alkalmazni vagy másféle következtetésre jutni.

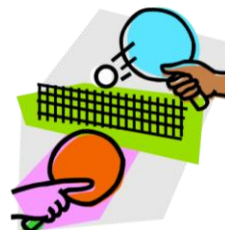
**A 3-as Handout** néhány megjegyzést tartalmaz a feladatok megoldásával kapcsolatosan.

## Handout 2: Unstructured versions of the problems

### Organising a table tennis tournament

You have the job of organising a table tennis league.

- 7 players will take part
- All matches are singles.
- Every player has to play each of the other players once.
- There are four tables at the club.
- Games will take up to half an hour.
- The first match will start at 1.00pm.



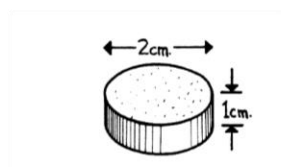
Plan how to organise the league, so that the tournament will take the shortest possible time. Put all the information on a poster so that the players can easily understand what to do.

### Designing a box for 18 sweets

You work for a design company and have been asked to design a box that will hold 18 sweets.

Each sweet is 2 cm in diameter and 1 cm thick.

The box must be made from a single sheet of A4 card with as little cutting as possible.



Compare two possible designs for the box and say which is best and why.

Make your box.

### Calculating Body Mass Index

This calculator shown is used on websites to help an adult decide if he or she is overweight.

What values of the BMI indicate whether an adult is underweight, overweight, obese, or very obese?

Investigate how the calculator works out the BMI from the height and weight.

**Body Mass Index (BMI) Calculator**  
Enter values for height and weight.

Height:  metres

Weight:  kilograms

BMI:

You are in the  category

Body mass index (BMI) is measure of body fat that applies to adult men and women.

**Note for pupils:** If you put your own details into this calculator, *don't take the results too seriously!* It is designed for adults *who have stopped growing* and will give misleading results for children or teenagers!

## C: SEGÍTŐ STRATÉGIÁK

**A szükséges idő: 30 perc.**

A tanárok gyakran nehéznek találják annak megítélését, hogy mikor segítsenek, és mikor hagyják a tanulókat küszködni. Ha túl hamar közbeavatkoznak, akkor a tanulóknak nem lesz módjuk megtapasztalni, milyen az, ha egy haszontalan ötlettel vergődnek, vagy milyen maguktól kitalálni a megoldást. Ha túl lassú a közbeavatkozás, az frusztrálhatja a tanulókat, akik unatkoznak és más foglalatosság után néznek.

**A 4-es Handout** néhány praktikus tanácsot ad a strukturálatlan feladatok használatával kapcsolatban. Fontoljuk meg a következőket:

- Általában melyik tanács megvalósítása tűnik a legnehezebbnek? Miért?
- Van-e valami más jó tanács, amit hozzávennénk a listához? Írjuk a további ötleteket a lista aljára.

Bruner a *scaffolding* kifejezést használja arra vonatkozóan, amit a tanár nyújt az ilyen feladatoknál<sup>1</sup> (D. Wood, Bruner, & Ross, 1976). A tanár bátorítja a tanulókat a lehető legmagasabb szintig, amíg segítség nélkül képesek eljutni, és csak minimális segítséget nyújt a feladat teljesítéséhez. A segítség lehet pl.: a lehetőségek számának csökkentése, a figyelem irányítása kérdések segítségével a fontos jellemzőkre, vagy néha akár annak megmutatása, hogy mit is kell csinálni. Kis gyermekekkel folytatott vizsgálatában Wood (1988) a scaffolding különböző szintjeit definiálta, a kevésbé irányítótól a szorosabb gyeplőig: általános szóbeli tanácsok, konkrét szóbeli utasítások, a probléma részekre szabdalása, egyfajta megoldás bemutatása. A váratlan eseményekre vonatkozóan Wood két szabályt vezetett be:

"Ha adott szintű segítségnyújtást követően a gyerek kudarcot vall valamely tevékenységben, rögtön növelni kell a segítségnyújtás vagy az ellenőrzés szintjét. A siker viszont azt jelzi, hogy a soron következő segítségnyújtás vagy instrukció alacsonyabb szintű legyen, mint amely megelőzte a sikeres tevékenységet, mert ezáltal engedjük fejlődni a gyermek függetlenségét." Wood (1988)

Itt most azt tartjuk fontosnak, hogy a scaffolding megszüntetendő, mihelyt a tanuló kezd megbirkózni a feladattal, máskülönben erősítjük a gyermek függését.

<sup>1</sup> A scaffolding magyar változatoként változatos kifejezések fordulnak elő: állványozás, mankó, megfelelő irányítás. Mivel nincs kényszer arra vonatkozóan, hogy egyetlen szakkifejezéssel helyettesítsük a scaffolding terminust, tartalmát illetően a „megfelelő irányítás” kifejezést javasoljuk.

## Handout 4: Practical advice for teaching problem solving

<p><b>Allow pupils time to understand and engage with the problem</b> Discourage pupils from rushing in too quickly or from asking you to help too soon.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Take your time, don't rush.</i></li> <li>• <i>What do you know?</i></li> <li>• <i>What are you trying to do?</i></li> <li>• <i>What is fixed? What can be changed?</i></li> <li>• <i>Don't ask for help too quickly - try to think it out between you.</i></li> </ul>
<p><b>Offer strategic rather than technical hints</b> Avoid simplifying problems for pupils by breaking it down into steps.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>How could you get started on this problem?</i></li> <li>• <i>What have you tried so far?</i></li> <li>• <i>Can you try a specific example?</i></li> <li>• <i>How can you be systematic here?</i></li> <li>• <i>Can you think of a helpful representation?</i></li> </ul>
<p><b>Encourage pupils to consider alternative methods and approaches</b> Encourage pupils to compare their own methods.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Is there another way of doing this?</i></li> <li>• <i>Describe your method to the rest of the group</i></li> <li>• <i>Which of these two methods do you prefer and why?</i></li> </ul>
<p><b>Encourage explanation</b> Make pupils do the reasoning, and encourage them to explain to one another.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Can you explain your method?</i></li> <li>• <i>Can you explain that again differently?</i></li> <li>• <i>Can you put what Sarah just said into your own words?</i></li> <li>• <i>Can you write that down?</i></li> </ul>
<p><b>Model thinking and powerful methods</b> When pupils have done all they can, they will learn from being shown a powerful, elegant approach. If this is done at the beginning, however, they will simply imitate the method and not appreciate why it was needed.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Now I'm going to try this problem myself, thinking aloud.</i></li> <li>• <i>I might make some mistakes here - try to spot them for me.</i></li> <li>• <i>This is one way of improving the solution.</i></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• </li> </ul>

## D: EGY FOGLALKOZÁS MEGFIGYELÉSE ÉS ELEMZÉSE

**A szükséges idő: 30perc**

Két videoklipen mutatjuk meg, hogyan dolgoztak a tanulók a már ismert feladatokon. Nézzük Michelle-t, aki a Pinpongverseny szervezése feladatot használta.

A videofilm nézése közben tegyük fel magunknak a kérdéseket:

- Hogyan szervezte meg a tanár a tanórát? Milyen fázisai voltak?
- Milyen eszközöket tett elérhető a tanár, és ezek mikor kerültek felhasználásra?
- Miért párban/kiscsoportban volt érdemes dolgozni a feladatokon?
- Hogyan vezette elő a problémát a tanár?
- Milyen különböző megközelítésmódokat alkalmaztak a tanulók?
- Hogyan támogatta a tanár azokat, akiknek nehézségei akadtak?
- Hogyan inspirálta a tanár a különböző megközelítésmódok és stratégiák közkinccsá tételét?
- Mit tanultak a tanulók ezen az órán?

Érdeemes megnézni a másik videoklipet is, amelyen Judith arra kéri az osztályt, tervezzenek egy dobozt 18 bonbon számára.

Michelle az óra elején fölvezeti a problémát, és elmagyarázza, hogyan dolgoznak majd együtt a tanulók. Ezután a tanulóknak 3-4 percük van arra, hogy leírják a saját egyéni, kiinduló ötleteiket arra vonatkozóan, hogyan birkóznának meg a feladattal. Ez segít nekik az ötleteik megfogalmazásában és hozzájárul a csoportos vitához. Ezután ugyanis néhány percig megvitatják ötleteiket. A videó bemutatja, ahogyan a tanulók a feladattal foglalkoznak, és amilyen akadályokba ütköznek. Néhányan például rájönnek, hogy nincs szükség négy asztalra.

Ezen a ponton Michelle bemutatja az elérhető eszközöket. Hangsúlyozza, hogy nem kell rohanni a problémamegoldással, és az is lehet, hogy valakik nem lesznek készen. . Azt mondja, az a lényeges, hogy gondolkodjanak a különböző megközelítésmódokon, stratégiákon.

Amíg a csoportok dolgoznak, Michelle először hallgatja őket, majd olyan módon avatkozik közbe, hogy elősegítse a mélyebb elgondolásokat:

"Találtak egy stratégiát. És ugye azt tapasztaltátok, hogy nem működik eléggé jól?  
Hát akkor most hogyan tovább?"

"Olvasd el újra a feladatot. Nézd meg az utolsó két mondatot."

A tanulók többféle matematikai reprezentációt és eszközt felfedeznek a probléma megoldásához. Néhányan táblázatokat, mások játékpénzt. Ezeket a módszereket a végső megvitatás során ismertetik meg egymással.



## E: EGY FOGLALKOZÁS MEGTERVEZÉSE, KIPRÓBÁLÁSA ÉS A TAPASZTALATOK MEGBESZÉLÉSE

**A szükséges idő:**

- **15 perces megbeszélés a foglalkozás előtt**
- **1 órási foglalkozás**
- **15 perc a foglalkozást követően**

Válasszuk ki a három feladat egyikét, amelyikről úgy tűnik, hogy megfelelő az osztályunk számára.

Beszélgjünk meg, hogyan fogjuk:

- Elrendezni az osztálytermet és a kellékeket.
- Ismertetni a problémát a tanulókkal.
- Megmagyarázni a tanulóknak, hogyan dolgozzanak együtt.
- Érdekesé tenni a feladatot azok számára, akik túl egyszerűnek találják.
- Segíteni azokat, akik a feladatot nehéznek találják.
- Segíteni a tanulókat abban, hogy megosszák egymással a különböző problémamegoldó stratégiákat és tanuljanak egymástól.
- Lezárni a tanegységet.

Ha a tanártovábbképzésen csoportban dolgozunk ezen a modulon, célszerű ugyanazt a feladatot választani, mert az megkönnyíti a foglalkozástervek megbeszélését.

Most, hogy megvolt a tanulókkal a foglalkozás, reflektáljunk arra, ami ott történt.

- A munkálkodásnak erre a formájára milyen típusú tanulói reakciókat tapasztaltunk? Voltak, akik magabiztosnak tűntek? Kellett néhányuknak segítség? Milyen típusú segítség? Miért volt szükség segítségre?
- Milyen támogatás és irányítás tűnt szükségesnek? Miért? Túl sok vagy túl kevés segítséget kaptak a tanulók?
- Milyen különböző stratégiákat használtak a tanulók? Hozzon példát két-háromféle tanulói megoldásra.
- Vajon mit tanultak a tanulók ebből a leckéből?

Ha van idő, érdemes megnézni a videofilmeket, amelyeket a tanárok reflektálnak a saját leckéikre, amelyeken a Pingpongverseny és az Édességes doboz problémákkal foglalkoztak.

#### FURTHER READING

*The seminal text for asking pupils to think mathematically*

Mason, J., Burton, L. and Stacey, K. (1982) *Thinking Mathematically*, London: Addison-Wesley

*The book that inspired so much of the research into problem solving heuristics (or what to do when you are 'stuck')*

Polya, G. (1957) *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*, (2nd Ed) Penguin Science.

#### REFERENCES

Wood, D. (1988). *How Children Think and Learn*. Oxford and Cambridge, MA: Blackwell.

Wood, D., Bruner, J., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of child psychology and psychiatry*, 17, 89-100.