

ERFAHRUNGEN DER SCHÜLER NUTZEN

Wie können Schüler dazu angeregt werden ihre eigenen Fragenstellungen zu entwickeln und diese weiterzuverfolgen?

Einleitung

Eine der fundamentalsten Ziele des forschenden und entdeckenden Lernens ist es, die Neugier der Schüler für ihre Umwelt und die Ideen, von denen sie umgeben sind, zu wecken. Als Wissenschaftler und Mathematiker beobachtet man und stellt zu bestimmten Situationen bestimmte Fragen. Wenn diese Fragen zu komplex sind, versuchen sie diese zu vereinfachen oder die Situation abzuändern. Daraufhin versuchen sie ihre Fragen zu beantworten, indem sie Daten sammeln und diese analysieren, ihre Hypothesen widerlegen und eine Verbindung zu ihrem Vorwissen erstellen. Sie versuchen ihre Ergebnisse zu interpretieren; überprüfen, ob sie fehlerfrei und sinnvoll sind und teilen dann ihre Resultate mit den anderen.

Dieser Prozess fehlt oftmals im Schulunterricht. Da läuft es meistens so ab, dass der Lehrer den Schülern vorher sagt, was beobachtet werden muss, er gibt die Fragen vor, demonstriert die Verfahren, die angewandt werden müssen und überprüft die Ergebnisse. Die Schüler werden lediglich darum gebeten, diese Anweisungen zu befolgen.

In diesem Modul werden Lehrer dazu angeregt die Schüler erleben zu lassen, wie es sich anfühlt wie ein Mathematiker oder Wissenschaftler zu denken. Sie sollen über einen Perspektivwechsel nachdenken, der für die Schüler erforderlich ist, um diese Erfahrung mit ihnen im Klassenzimmer zu teilen. Es werden den Lehrern Phänomene und Situationen vorgestellt. Sie werden dazu aufgefordert Fragen zu stellen und diese weiterzuverfolgen. Diese Erfahrungswerte werden dann im Klassenzimmer umgesetzt.

Aktivitäten

Aktivität A: Fragen über Phänomene stellen	2
Aktivität B: Beobachtungen über Photographien anstellen.....	4
Aktivität C: Einen Unterricht beobachten und analysieren	6
Aktivität D: Einen Unterricht planen, durchführen und über die Resultate reflektieren	8
Empfohlene Literaturhinweise	Fehler! Textmarke nicht definiert.

Anmerkung:

Dieses Material wurde für PRIMAS angepasst:

Swan, M; Pead, D (2008). *Professional development resources*. Bowland Maths Key Stage 3, Bowland Trust/ Department for Children, Schools and Families. In England online verfügbar unter:

<http://www.bowlandmaths.org.uk>

Veröffentlichung erlaubt durch Bowland Trust.

AKTIVITÄT A: FRAGEN ÜBER PHÄNOMENE STELLEN

Benötigte Zeit: 30 Minuten.

Bei dieser Aktivität kann man dem Lehrer die Auswahl zwischen zwei Einstiegsmöglichkeiten anbieten:

- Die eine besteht darin einen Pappbecher zu rollen
- Die andere beinhaltet ein Teil einer Computersoftware: *Spirolaterals*

Für die erste Aktivität braucht jede Gruppe mit Lehrern mindestens drei verschiedene Pappbecher. Besorgt am besten einen „kleinen und breiten“, einen „langen und dünnen“ und einen Becher mit einer Größe dazwischen.

Für die zweite Aktivität steht ein Applet zur Verfügung. Die Lehrer werden in Zweiergruppen mit einem Laptop arbeiten müssen.

Aufgabe für die Situation, die Sie untersuchen möchten:

- Stellen Sie eine Liste mit Dingen auf, die Ihnen über die Situation einfallen.
- Welche Fragen fallen Ihnen ein?
- Sie könnten mit Fragen beginnen, die so anfangen:
 - Was würde geschehen, wenn...?
 - Was kann ich verändern...?
 - Welche Wirkung wird jede Variable auf ... haben?
- Stellen Sie sich nun eine Aufgabe und versuchen Sie diese zu lösen.

Wenn Sie Ihr Experiment durchgeführt haben, versuchen Sie Ihre Ergebnisse zu analysieren.

- Welche Daten haben Sie gesammelt?
- Wie haben Sie Ihre Daten organisiert?
- Wie können Sie Ihre Ergebnisse erklären?

Nachdem die Lehrer beide Situationen untersucht haben, bitten sie diese darum den Prozess, den sie durchlaufen haben, zu reflektieren. Das "Handout 2" wird ihnen dabei helfen. Haben sie folgendes getan:

Probleme ausformulieren?

- Variablen auflisten?
- Vereinfachen und darstellen?

Analysieren und lösen?

- visualisieren; Diagramme erstellen?
- Variablen systematisch verändern?
- Nach Mustern und Beziehungen untersuchen?
- Berechnungen vornehmen und Aufzeichnungen machen?
- Vermutungen und Verallgemeinerungen aufstellen?
- Begründe logisch und deduktiv?

Interpretieren und evaluieren?

- Schlussfolgerungen, Argumente und Verallgemeinerungen bilden
- Richtigkeit und Angemessenheit berücksichtigen
- Auf die Originalsituation zurückbeziehen

Besprechen und reflektieren?

- Ergebnisse ausgiebig besprechen und diskutieren
- Alternativlösungen erwägen
- Eleganz, Effizienz und Äquivalenz berücksichtigen
- Nach Zusammenhängen zu anderen Problemen suchen

Handout 1: Zu erforschende Phänomene

Die rollenden Becher

Schaut euch diese zwei Becher an.

Stellt euch vor, dass sie über den Fußboden rollen.

- Sammelt einige Fragen, die euch dabei in den Sinn kommen.
„Werden die Becher in eine ... rollen?“
„Wie kann ich ... vorhersehen?“
„Was würde passieren, wenn ...?“
- Stellt einige Vermutungen auf. Diese können in etwa so beginnen:
„Wenn man diese Form des Bechers nimmt, dann passiert ...“
„Wenn man den Becher zu stark rollt, dann ...“
- Nun führt ein Experiment durch und seht, was dabei rauskommt.
Kannst du deine Hypothesen *erklären* und *beweisen*?

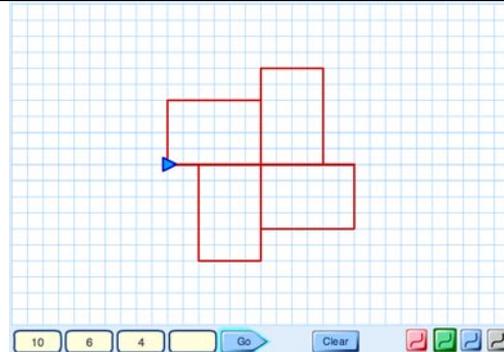


Spirolaterals?

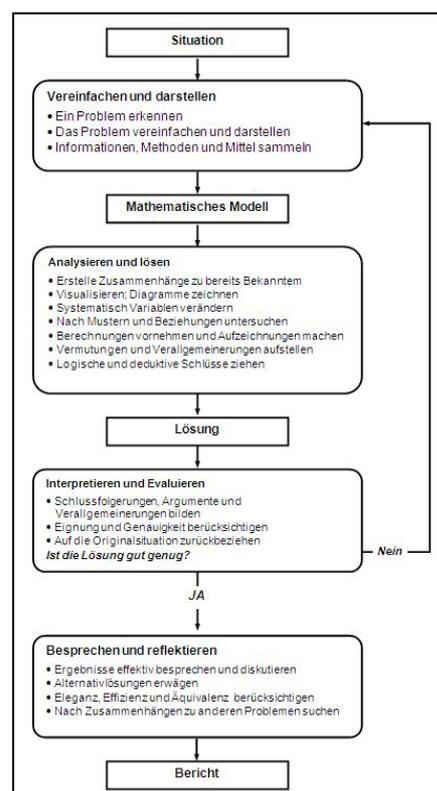
Gebe einige Zahlen in die *Spirolaterals*- Maschine ein.

Drücke "Go" und siehe, was geschieht.

- Wie kontrollieren die Nummern das, was auf dem Bildschirm dargestellt ist?
- Sammel einige Fragen, die du klären möchtest. Diese können etwa so beginnen:
"Wie können wir den PC dazu bringen ... zu malen?"
"Was wird geschehen, wenn wir ...?"
Probiere es aus und beantworte deine eigenen Fragen!
- Stelle einige Hypothesen auf. Diese können in etwa so beginnen:
"Wenn man drei Zahlen verwendet, dann ..."
"Wenn man eine Zahl wiederholt, dann ..."
"Wenn man die Reihenfolge der Zahlen ändert, dann ..."
Kannst du deine Hypothesen *erklären* und *beweisen*?



Handout 2: Der Modellierungsprozess



AKTIVITÄT B: BEOBACHTUNGEN ZU FOTOGRAFIEN ANSTELLEN

Benötigte Zeit: 20 Minuten.

Es ist nicht immer einfach für die Schüler eine Verbindung zwischen ihrer realen Welt und ihrem Unterricht zu sehen. Aus diesem Grund wenden sie das, was sie in der Schule gelernt haben nicht an; auch wenn wissenschaftliches Denken ihnen dabei helfen würde die Welt besser zu verstehen – und besser Entscheidungen zu treffen.

Schauen Sie sich die Auswahl an Fotos auf Handout 3 an.

- Erstellen Sie eine Liste mit Dingen, die Ihnen an der Situation auffallen.
- Welche Fragen fallen Ihnen ein?
- Man könnte mit Fragen beginnen, die so anfangen:
 - Wie viele ...?
 - Was würde geschehen, wenn...?
- Stellen Sie sich nun eine Aufgabe und versuchen Sie diese zu lösen.

Nachdem die Lehrer beide Situationen untersucht haben, bitten Sie diese darum einige ihrer Fragen, die sie erstellt haben, mit allen zu teilen. Folgendes könnte das Resultat einer Gruppe sein:

Dominos:

- Welcher Dominostein fehlt?
- Wie kann man die Dominosteine systematisch anordnen?
- Kann man mit dem kompletten Set eine Kette oder einen Ring erstellen?
- Wie viele Teile sind in einem kompletten Set? Wie kann man sie auf schnellstem Wege zählen?
- Wie viele Dominosteine sind in einem kompletten Set von (1,1) bis (n,n)?

Kalender:

- Wie sind die Zahlen auf den Würfeln angeordnet?
- Kann man ein Würfelnetz erstellen und diese bauen?
- Welche unmöglichen Daten können aus diesen Würfeln erstellt werden?

Stapel Fässer

- Wie viele Fässer sind auf dem Stapel?
- Wenn man einen höheren Stapel aufbaut 4, 5, ... Fässer hoch, wie viele Fässer braucht man dann? Verallgemeinern Sie?
- Wie kann man diese Fässer sonst stapeln? Welche anderen Pyramidenformen sind möglich?

Ein Bürgersteig in Deutschland

- Sind alle Pflastersteine identisch? Welche Form haben sie? Kann man irgendwelche Winkel herausfinden?
- Kann man einen der Pflastersteine genau nachzeichnen?
- Kann man andere Fünfecke finden, die tessellieren?
- Welche anderen Formen können die Pflastersteine haben?

Dreirad mit viereckigen Rädern

- Fährt das Dreirad reibungslos? Kann man ein einfaches Modell erstellen?
- Wie hoch ist jede "Bodenwelle" auf der Bahn?
- Kann man die Form der „unebenen Straße" genau nachzeichnen?
- Was würde geschehen, wenn man dreieckige oder sechseckige Räder hätte?

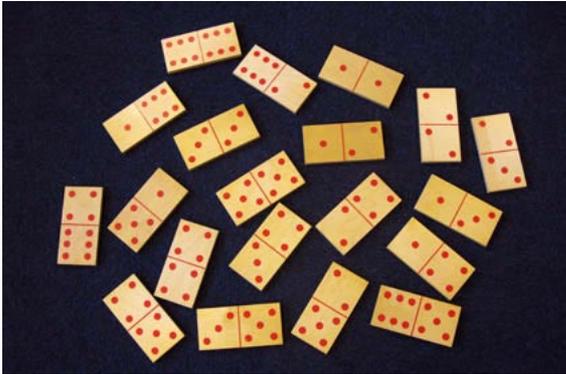
Russische Puppen

- Liegen die Kopfen auf einer Geraden? Was sagt Ihnen das?
- Wenn du ein paar größere Puppen in dieser Reihe herstellen solltest – wie groß müssten sie sein?

Bitten Sie die Lehrer eigenen Photographien in die nächste Sitzung mitzubringen und Fragestellungen dazu zu entwickeln. Fragen erstellen ist eine Aktivität, die für forschendes und entdeckendes Lernen von Bedeutung ist. Wir werden in einer späteren Sitzung sehen, wie Schüler dazu angeregt werden können ihre eigenen Fragestellungen zu entwickeln.

Handout 3. Zu erforschende Photographien

Dominos



Kalender



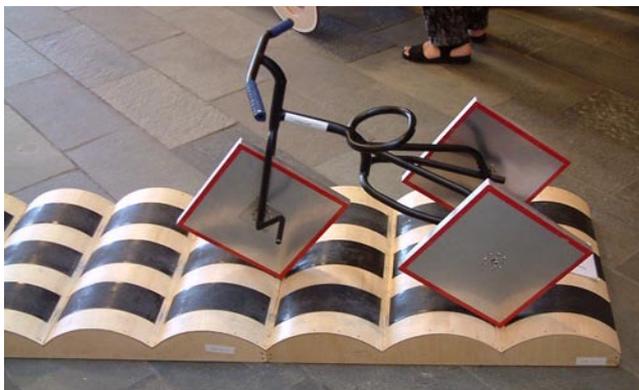
Fässer



Bürgersteig in Deutschland



Dreirad mit viereckigen Rädern



Russische Puppen



AKTIVITÄT C: EINE STUNDE BEOBACHTEN UND ANALYSIEREN

Benötigte Zeit: 30 Minuten.

Wir haben für die Lehrer zwei Videos von Unterrichtsstunden bereitgestellt, die sie sich anschauen können.

Wählt nur eins von diesen beiden Videos.

Ein Video beschäftigt sich mit dem Spirolaterals-Problem von Aktivität A.

Das andere Video beschäftigt sich mit den Fotos des Aufbaus einer Schule, was im Folgenden dargestellt wird.

Jedes Video dauert an die 10 Minuten.

Stellen Sie sich während dem Betrachten des Videos folgende Fragen:

- Welche Prozesse man in der Arbeit dieser Schüler erkennt?
- Können Sie erkennen, dass sie:
 - Die Situation vereinfachen und darstellen?
 - Welche Fragen haben sie formuliert?
 - Welche Vereinfachungen und Darstellungsmöglichkeiten haben sie erstellt?
 - Welche Informationen, Methoden und Mittel haben sie ausgewählt?
 - Das Modell, das sie erstellt haben analysiert und gelöst haben?
 - Welche Variablen haben sie berücksichtigt?
 - Welche Informationen haben sie gesammelt oder geraten?
 - Welche Beziehungen haben sie ausformuliert?
 - Welche Berechnungen haben sie angestellt?
 - Die Ergebnisse interpretiert und evaluiert haben?
 - Was haben sie aus dieser Situation gelernt?
 - Waren ihre Ergebnisse plausibel?
 - Ihre Ergebnisse besprochen und reflektiert haben?
 - Wie haben sie ihre Auswertungen erklärt?
 - Welche Verbindungen haben sie zu anderen Problemen erkannt?

Handout 4: Eine Schule mit Flaschen in Honduras aufbauen

4. Eine Schule mit Flaschen in Honduras aufbauen

Schau dir die Bilder an und:

- Erstelle eine Liste mit Dingen, die dir auffallen.
- Schreibe einige mathematische Probleme auf, die dir in den Sinn kommen.
- Nun versuche ein Problem zu lösen!

Zunächst sammeln wir alte Plastikflaschen... und fügen sie mit Sand auf.




und erstellen ein Fundament mit Steinen... und fangen an zu bauen...




und bauen...



und bauen...



bauen Fenster ein...



und verputzen die Wände.



Das Gebäude steht in Honduras und ist jetzt ein Zentrum für ein Programm zur Ausbildung von Schulabgängern, das entwickelt wurde, um junge Leute auszubilden und zu motivieren ihren Gemeinden zu helfen und die Armut zu senken. Das Programm ist vor allem dafür entwickelt worden, um den Schülern zu helfen eine Problemlösekapazität zu entwickeln.

Bilder mit freundlicher Genehmigung von:
Bayán Asociación de Desarrollo Socio-Económico Indígena, La Ceiba, Honduras.

Handout 5. Der Modellierungsprozess anhand der Aufgabe "eine Schule bauen".

5. Eine Schule mit Flaschen aufbauen: Der Modellierungsprozess

Im Folgenden erläutern wir den Modellierungsprozess; bezogen auf die Flaschensituation.

(i) Vereinfachen und darstellen
Zunächst ermitteln wir einige Problemstellungen, die gefragt werden können:

- Wie viele Flaschen benötige ich für so ein Gebäude?
- Wie groß sind das Gebäude und der Mensch?
- Wie passen die Flaschen zusammen?
- Wie viel Sand brauchen wir, um die Flaschen zu füllen?
- Was ist mit dem Mörtel dazwischen?
- Wie funktioniert das mit den Ecken?
- Was ist mit Türen und Fenstern?
- Was ist mit dem Dach?

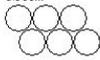
Wir werden uns auf einen praktischen Ansatz konzentrieren.
Wie viele Flaschen benötige ich für so ein Gebäude?

Um die Situation zu vereinfachen, nehmen wir zunächst einmal an, dass es 4 Wände gibt (wie angenommen an den Winkeln oben im Bild), alles in derselben Größe und es gibt keine Fenster!
Wir würden die Berechnungen vereinfachen, wenn wir auch annehmen würden, dass die Anzahl der Flaschen, die man benötigt nicht groß anders wären als wenn sie quadratmäßig gestapelt werden. Wie z. B.

Eher so...



als so...



Wir werden diese Vermutungen im zweiten Prozesskreislauf abändern.

(ii) Analysieren und lösen
Zähle die Flaschen, die in einer Reihe stehen.
Schätze, wie viele Reihen es gibt. (man kann sie nicht alle sehen)
Das Produkt daraus ist ungefähr die Anzahl an Flaschen.
Zähle für 4 Wände zusammen – angenommen die Wände sind gleich groß.

Es sind 25 Flaschen in einer Reihe.
Wir können nur die oberen 7 Reihen deutlich erkennen und zählen; diese entsprechen in etwa 1/3 Höhe.
Also schätzen wir, dass da etwa $3 \times 7 \approx 20$ Reihen sind.
Also besteht die Wand aus etwa $25 \times 20 \approx 500$ Flaschen.
Angenommen die 4 Wände sind gleich groß, dann wären es $4 \times 500 = 2000$ Flaschen.

(iii) Interpretieren und Evaluieren
Das hier ist gut genug, um den Modellierungsprozess zu veranschaulichen (und einfach zu berichten) aber (und das ist der Grund, warum das ein Modellierungskreislauf ist) wenn wir das Problem wirklich verstehen wollen, müssten wir die Lösung verbessern, indem wir einen Schritt zurückgehen und die anderen Fragen, die oben aufgelistet sind, beantworten.

Aktivität D: Eine Unterrichtsstunde planen, unterrichten und die ergebnisse reflektieren

Benötigte Zeit:

- **15 Minuten für eine Diskussion vor der Unterrichtsstunde**
- **1 Stunde für die Unterrichtsstunde**
- **15 Minuten nach der Unterrichtsstunde**

Ihre Aufgabe ist es nun eine Unterrichtsstunde zu planen, die eine der Aktivitäten aus C, Bau einer Schule oder Spirolaterals, zum Thema hat.

Besprechen Sie sich, wie:

- die Schüler in die Situation einführen werdet;
- das Konzept des Modellierungsprozesses vorgestellt wird;
- das Klassenzimmer und die benötigten Mittel organisiert werden;
- die Frage "Warum machen wir das in Mathematik?" beantwortet werden kann;
- die Unterrichtsstunde so beendet wird, dass den Schülern ein besseres Verständnis für das Wesen der wissenschaftlichen Prozesse vermittelt wird.

Vergleichen Sie anschließend Ihren Unterrichtsentwurf mit dem Unterrichtsentwurf auf dem Handout 6.

Besprechen Sie die Unterschiede.

Es ist sinnvoll den Unterricht mit einem Beamer zu gestalten. Darüber hinaus ist es hilfreich mit folgenden Mitteln ausgestattet zu sein, um möglichen Problemen, die entstehen könnten entgegenzuwirken:

- Einige 1-Liter Plastikflaschen,
- Lineale oder Maßbänder,
- Spielchips oder Münzen (um herauszufinden wie Flaschen zusammengepackt werden),
- Isometrisches Papier (um zeichnen und zählen zu erleichtern).
- Einige Kopien des Handouts 4 für die Schüler.

Nehmen Sie sich etwas Zeit nachdem Sie den Unterricht gehalten haben, um die sichtbaren Prozesse und das, was geschehen ist zu reflektieren.

- Welche Fragen wurden gestellt?
- Haben die Schüler eine Reihe von Darstellungsmöglichkeiten verwendet?
- Welche Beziehungen haben sie in der Situation entdeckt?
- Welche Berechnungen haben sie angestellt? Konnten sie die Bedeutung von diesen interpretieren?
- Waren sie in der Lage ihre Ergebnisse effektiv zu vermitteln?
- Hatten Ihre Schüler das Gefühl, dass dieser Unterricht anders als der übliche Unterricht war?
- Beginnen sie nun die Methoden, die sie in der Schule gelernt haben zu schätzen, weil sie sehen, dass diese in ungewohnten Situationen einsetzbar sind?

6. Ein möglicher Unterrichtsverlauf

Die folgenden Vorschläge beschreiben einen möglichen Ansatz, die Fotos mit Schülern zu verwenden. Dieser Ansatz beabsichtigt ihnen den Modellierungsprozess vorzustellen. Die angegebenen Zeiten sind ungefähre Angaben. Dieser Unterricht könnte in der Praxis durchaus 2 Unterrichtsstunden decken!

Einführung der Situation; dann die Schüler bitten Probleme zu benennen 5 Minuten

Das Ziel der heutigen Stunde ist es zu sehen, ob du mithilfe der Mathematik eine Situation analysieren kannst. Am Anfang wirst du denken, dass die Situation nichts mit Mathematik oder Naturwissenschaft zu tun hat. Ich möchte herausfinden, ob du kreativ sein kannst und Wege findest die Dinge anzuwenden, die du in der Schule gelernt hast.

Führen Sie die Situationen sorgfältig und anschaulich ein. Verwenden Sie dazu eine PowerPoint Präsentation, wenn möglich in Verbindung mit einem Smartboard.

Diese Fotos sind in Honduras aufgenommen worden. Sie zeigen einige Menschen die eine Schule aus alten 1-Liter Plastikflaschen bauen. Sie füllen diese zunächst mit Sand und verwenden sie als Ziegelsteine. Das ist ein toller Weg, um Abfallstoffe wiederzuverwenden! Welche Fragen fallen euch zu dieser Situation ein?

Geben Sie den Schülern zwei Minuten Zeit, um sich Problemsituationen zu notieren, die ihnen in den Sinn kommen. Sammeln Sie die Ideen dann an der Tafel. Beispielsweise:

*Wie viele Flaschen (oder wie viel Sand) braucht man, um eine Wand zu errichten?
Wie viele Flaschen braucht man, um das ganze Gebäude zu bauen?
Wie sieht das mit den Ecken aus?*

Fragen Sie die Schüler, welche Problemsituationen mithilfe der Mathematik gelöst werden können. Danach soll sich jede Gruppe eine dieser Problemsituationen aussuchen, um daran zu arbeiten.

Vereinfachung und Darstellung des Problems 10 Minuten

Erklären Sie, dass es manchmal zu kompliziert ist, Situationen aus ihrem Anfangszustand aus zu analysieren. Deswegen müssen diese vereinfacht werden, bevor sie mit Mathematik in Verbindung gebracht werden können. Mathematisches Denken erfordert fast immer diesen Prozess.

Wie können wir beginnen an dem Problem zu arbeiten? Können wir an einem einfacheren Problem arbeiten? Welche Mittel könnten uns dabei helfen über das Problem nachzudenken? Würde uns rechteckiges Papier, isometrisches Papier, ein Maßband oder ein Lineal weiterhelfen? Welche Diagramme könnten uns weiterhelfen?

Zeigen Sie die vorhandenen Mittel um an der Problemsituation zu arbeiten. Legen Sie diese gegebenenfalls im Klassenzimmer bereit, sodass die Schüler selbst entscheiden können, ob sie diese benutzen wollen oder nicht.

EMPFOHLENE LITERATURHINWEISE

Learning mathematics through contextualised situations.

Boaler J. (1993) 'The Role of Contexts in the Mathematics Classroom', *For the Learning of Mathematics* 13(2)

Looking at the apprenticeship model of learning.

Brown, J. S., Collins, A. and Duguid, P. (1989) 'Situated cognition and the Culture of Learning', *Educational Researcher*, 18 (1), pp 32-42.

Looking at a different way to organise the Year 9 curriculum

Carter, C. (2008) 'A different way', *Mathematics Teaching*, 207, pp 38-40

<http://www.atm.org.uk/mt/archive/mt207files/ATM-MT207-38-40-mo.pdf>

What do pupils see as mathematical? Does it have to have numbers?

Mendick, H., Moreau, M. and Epstein D. (2007) 'Looking for mathematics' in D. Kuchemann (Ed.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* 27 (1) pp 60 – 65

<http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip27-1/BSRLM-IP-27-1-11.pdf>

A comparison of the mathematics people use in school and out of school.

Nunes, T., Schliemann, A.D., Carraher, D.W. (1993), *Street mathematics and school mathematics*, Cambridge University Press

What is important in mathematics education?

Polya G (2002) 'The goals of mathematical education: part 1 and part 2' *Mathematics Teaching*, 181, pp 6-7 and 42-44

<http://www.atm.org.uk/mt/archive/mt181files/ATM-MT181-06-07.pdf>

<http://www.atm.org.uk/mt/archive/mt181files/ATM-MT181-42-44-mo.pdf>