

## KUTATÁSALAPÚ TANULÁS

Hogyan bátoríthatjuk a tanulókat arra, hogy kérdezzenek, és végére járjanak a kérdéseiknek?

### Bevezetés

A kutatásalapú tanulás lényege, hogy építsünk a tanulók kíváncsiságára és azokra a dolgokra, amelyek a világban körülveszik őket. Kis matematikusként és természettudósként megfigyeléseket végeznek, kérdéseket tesznek föl; ha a kérdés nagyon összetett, akkor megpróbálják elemeire bontani vagy modellezni az adott szituációt. Ezután választ keresnek a kérdésre adatok gyűjtésével, elemzésével, ábrák vagy más reprezentációk készítésével, és mindezt összekapcsolják azzal, amit már tudnak. Igyekeznek értelmezni az eredményeket, és amennyiben azok pontosak és jól értelmezhetők, megosztják az eredményeket a társaikkal.

Az előbbieken leírt folyamat gyakran hiányzik az osztálytermekből. Ott legtöbbször a tanár útmutatása alapján derül ki, mit kell vizsgálni, a tanár ad kérdéseket, bemutatja a módszereket és ellenőrzi az eredményt. A tanulók feladata az utasítások követése.

Ebben a bevezető modulban a tanárokat arra bátorítjuk, hogy próbáljanak matematikusként vagy természettudósként gondolkodni; és gondolkodjanak azon a szerepváltozáson, amin a tanulók keresztülmennek, amikor megosztják egymással tapasztalataikat az osztályteremben. A tanároknak itt olyan ötleteket és helyzeteket mutatunk be, amelyben felteszik saját kérdéseiket, és végére járnak azoknak. Ezt a tapasztalatot kell aztán átvinniük az osztályterembe.

### Tevékenységek

A:	Kérdések feltevése .....	1
B:	Megfigyelések fényképek alapján .....	4
C:	Egy foglalkozás megfigyelése és elemzése .....	6
D:	Egy foglalkozás megtervezése, kipróbálása és a tapasztalatok megbeszélése .....	8
	További (angol nyelvű) szakirodalom .....	10

Acknowledgement:

This material is adapted from PRIMAS from:

Swan, M; Peard, D (2008). *Professional development resources*. Bowland Maths Key Stage 3, Bowland Trust/ Department for Children, Schools and Families. Available online in the UK at:

<http://www.bowlandmaths.org.uk>

It is used here by permission of the Bowland Trust.

## A: KÉRDÉSEK FELTEVÉSE

**A szükséges idő: 30 perc.**

A résztvevő tanároknak két lehetséges kiinduló pontot ajánlunk:

- Papírpohár gurítása
- A *Spirolaterals* nevű szoftver kipróbálása

Az első tevékenységhez szükség lesz legalább három, különböző méretű papírpohárra (minden csoportnak adunk mindegyikből). Az a jó, ha van egy "alacsony és széles", egy "hosszú és keskeny" és egy közepes.

A második tevékenységhez egy számítógépes programra van szükség. Itt párokban dolgoznak, laptopon.

Mindkét esetben a következő dolgokat végezzük:

- Az adott helyzetben megfigyelhető dolgokról listát készítünk.
- Milyen kérdések adódnak?
- Olyan kérdéseket fogalmazzunk meg, amelyek pl. így kezdődnek:
  - Mi történne, ha ...?
  - Mit változtathatok meg ...?
  - Milyen hatása lesz ezeknek a változásoknak arra, hogy ...?
- Most már megfogalmazhatjuk a problémát, és megbirkózunk vele.

Amikor kísérletileg megvizsgáltuk a helyzetet, megpróbáljuk elemezni az eredményeket.

- Milyen adatokat gyűjtöttünk?
- Hogyan rendezted el az adatokat?
- Hogyan magyarázhatók az eredmények?

Miután a tanárok mindkét szituációt megvizsgálták, megkérjük őket, reflektáljanak arra a folyamatra, amin épp keresztülmentek. A 2-es Handout fog ebben segíteni.

## Handout 1: Phenomena to explore

### Rolling cups

Look at these two paper cups.

Imagine that they are going to roll across the floor.

- List some possible questions that occur to you.  
"Will the cups roll in a ...?"  
"How can I predict ...?"  
"What would happen if...?"
- Make up some conjectures. These might start like this:  
"When you use this shape of cup then this is what will happen ..."  
"If you roll the cup too hard, then ..."
- Now carry out an experiment and collect some data.  
Can you *explain* and *prove* your conjectures?

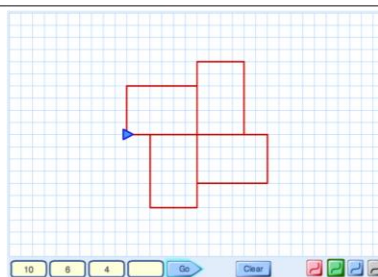


### Spirolaterals

Type some numbers into the *Spirolaterals* machine.

Press "Go" and watch what happens.

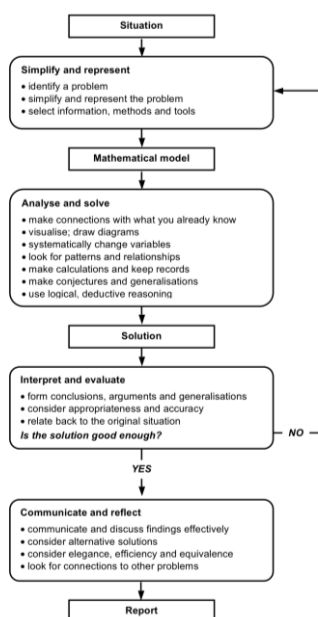
- How do the numbers control what is drawn on the screen?
- List some questions to explore.  
These might start like this:  
"How can we make the computer draw ....?"  
"What will happen if we ....?"  
Try and answer your own questions!
- Make up some conjectures. These might start like this:  
"When you use three numbers then ..."  
"When you repeat a number then ..."  
"If you change the order of the numbers then ..."  
Can you *explain* and *prove* your conjectures?



## Handout 2: The modeling cycle

### 2. The modeling cycle

The narrow boxes represent states of the modeling process.  
The wide boxes describe the actions that move from one state to the next.



## B: MEGFIGYELÉSEK FÉNYKÉPEK ALAPJÁN

**A szükséges idő: 20 perc.**

Nem mindig könnyű a tanulók számára, hogy észrevegyék a kapcsolatot az őket körülvevő világ és az iskolai tananyag között. Ebből is adódik, hogy nem tudják használni az iskolában szerzett tudásukat, pedig a tudományos gondolkodásmód segíthetne nekik jobban megérteni a világot, és jobb döntéseket hozni.

Nézzük meg a fényképeket az 1-es Handout-on!

- Az adott helyzetben megfigyelhető dolgokról listát készítünk.
- Milyen kérdések adódnak?
- Olyan kérdéseket fogalmazzunk meg, amelyek pl. így kezdődnek:
  - Mennyi ...?
  - Mi történne, ha ...?
- Most már megfogalmazhatjuk a problémát, és megbirkózunk vele.

Miután a tanárok valamennyi fényképet megvizsgálták, mondjanak el egymásnak néhány kérdést, amit megfogalmaztak a képekről. Az egyik csoport pl. a következő kérdéseket fogalmazta meg.

Dominók:

- Melyik dominó hiányzik?
- Hogyan tudnánk szisztematikusan elrendezni a dominókat?
- Lehetséges-e kört vagy láncot alkotni a készlettel?
- Hány pötty van összesen a dominókon? Hogyan lehet ezeket gyorsan összeszámolni?
- Hány pötty van összességében a dominókészletben  $(1,1)$ -től  $(n,n)$ -ig?

Naptár:

- Hogyan vannak elrendezve a számok a kockákon?
- Tudnánk-e testhálót rajzolni és abból megalkotni a kockákat?
- Milyen lehetetlen dátumok állíthatók elő ezekkel a kockákkal?

Hordókupac:

- Hány hordó van a kupacban?
- Ha még magasabb tornyot építünk hordókból (4 vagy 5 szintest), hány hordóra lenne szükség? Általánosítás?
- Hogyan lehetne másképp elrendezni ezeket a hordókat? Milyen másfajta piramis lehetséges?

Járda Németországban:

- Egybevágók a járdakövek? Milyen alakúak? Meghatározhatók a szögeik?
- Le lehet-e pontosan rajzolni a járdaköveket?
- Lehet-e járdát kirakni másfajta ötszögekkel?
- Milyen formájúak lehetnek a járdakövek általában?

Tricikli négyszögletű kerekekkel:

- Simán tud haladni a kerékpár? Hogyan lehetne egyszerűen modellezni?
- Milyen magas egy-egy huppanó a rámpán?
- Meg tudnánk pontosan rajzolni a huppanó formáját?
- Mi történne háromszög vagy hatszög alakú kerekekkel?

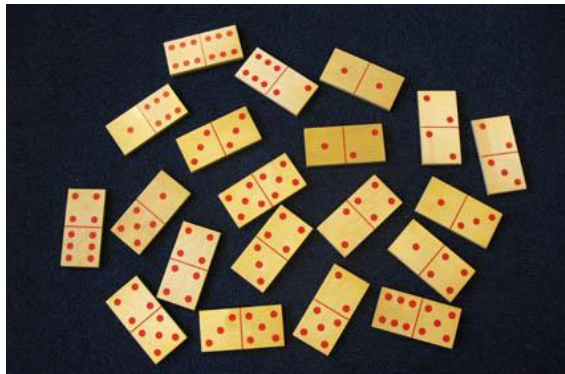
Matrjoska babák:

- A babák fejét egyenes vonallal lehet összekötni? Mit mond ez számunkra?
- Ha szeretnénk még néhány nagyobb babát készíteni, azok milyen nagyok lennének?

Kérjük meg a tanárokat, hogy hozzanak magukkal hasonló fényképeket, és alkossanak azokhoz kérdéseket! A kérdések generálása alapvető az IBL-hez. Egy későbbi modul foglalkozik azzal, hogyan bátoríthatjuk a tanulókat saját kérdéseik megalkotására.

### Handout 3. Photographs to explore

**Dominoes**



**Calendar**



**Barrels**



**Pavement in Germany**



**Trike with square wheels**



**Russian Dolls**



## C: EGY FOGLALKOZÁS MEGFIGYELÉSE ÉS ELEMZÉSE

**A szükséges idő: 30 perc.**

Két videofilmet készítettünk. Ezek közül az egyiket használjuk föl.

Az első videó az A részből ismert Spirolaterals szoftver alkalmazását mutatja be.

Egy másik videó az "Iskolaépítés műanyag palackokból" fényképekre épül.

Mindkét videó nagyjából 10 perc hosszúságú.

A videofilm nézése közben tegyük fel magunknak a kérdéseket:

- Az IBL-modell mely tevékenységeit fedezzük föl a tanulók tevékenységeiben? (ld. 2-es Handout)



## Handout 4: Building a school with bottles in Honduras

### 1. Building a school with bottles in Honduras

Look at the pictures and:

- Make a list of things you notice.
- Write down some mathematical problems that occur to you.
- Now try to solve one problem!

First we collect old plastic bottles ..... and fill them with sand.



and make some foundations with rocks....



and start to build....



and build....



and build....



Add windows....



and plaster the walls.



This building is in Honduras and is now a centre for a secondary education programme that is designed to equip and motivate young people to help their communities and to reduce poverty. The programme is particularly designed to help students develop a capacity for problem solving.

Photographs with kind permission from:  
Bayán Asociación de Desarrollo Socio-Económico Indígena, La Ceiba, Honduras.

## Handout 5. The modeling cycle applied to the “building a school” task.

### 5. Building a school with bottles: the modeling cycle

Below we illustrate the modeling cycle applied to the Bottles situation.

#### (i) Simplify and Represent

We first identify some of problems that may be asked:

- How many bottles do I need for a building like this?
- How tall is the building, and the man?
- How do the bottles fit together?
- How much sand will we need to fill the bottles?
- What about the mortar in between?
- How do the corners work?
- What about doors and windows?
- What about the roof?

We'll focus (to begin with, at least) on a practical approach to  
How many bottles do I need for a building like this?

To begin with we'll simplify the situation to assume there are 4 walls (as suggested by the angles in the bottom photograph), all the same size, and that there are no windows! We'll make calculations easier if we also assume that the number of bottles needed would not be much different if they were stacked in a 'square' fashion: i.e.

like this...



rather than like this...



We'll modify these assumptions in the second cycle of the process.

#### (ii) Analyse and solve

Count the number of bottles in a row.

Estimate the number of rows (you can't see them all)

Number in one wall is approximately the product of these.

Add up for 4 walls – assume the walls are the same size.

There are about 25 bottles in a row.

We can see and count only the top 7 rows clearly; these are about 1/3rd of the height

So we estimate that there are about  $3 \times 7 = 20$  rows

So the wall contains about  $25 \times 20 = 500$  bottles

Assuming the 4 walls are the same size gives  $4 \times 500 = 2000$  bottles

#### (iii) Interpret and evaluate

This is good enough to illustrate the modeling process (and easy to report), but (and this is why it is a modeling cycle) if we were really serious about understanding the problem it would need to be improved by returning to tackle some of the other questions listed above.

## D: EGY FOGLALKOZÁS MEGTERVEZÉSE, KIPRÓBÁLÁSA ÉS A TAPASZTALATOK MEGBESZÉLÉSE

**A szükséges idő:**

- **15 perces megbeszélés a foglalkozás előtt**
- **1 óras foglalkozás**
- **15 perc a foglalkozást követően**

No, most mi jövünk egy foglalkozás megtervezésével, amely a *Building a School* vagy *Spirolaterals* foglalkozásokra épül, melyeket a C részben áttekintettünk.

Beszéljük meg, hogyan fogjuk:

- bemutatni a szituációt a tanulóknak;
- bevezetni az IBL-ciklus elemeit;
- elrendezni az osztálytermet és a kellékeket;
- megválaszolni a kérdés: "Miért csinálunk mi ilyet matekórán?";
- lezárni a foglalkozást olyan módon, hogy a tanulók közelebb kerüljenek a tudományos gondolkodás folyamataihoz.

A foglalkozás megtervezése után hasonlítsuk össze a tervet a 6-os Handout-on lévővel, és beszéljük meg a különbségeket.

Hasznos, ha projektort használunk ennél a résznél. Emellett hasznosak lehetnek a következő kellékek:

- Néhány (1 literes) műanyag palack
- Vonalzók, mérőszalagok,
- Játékpénz vagy pénzérme (annak modellezésére, hogyan helyezhetők egymás mellé a palackok),
- Négyzetrácsos papír
- A 2-es Handoutból (IBL-ciklus) néhány másolat

A foglalkozást követően reflektáljunk arra, ami történt, és milyen folyamatokat tapasztaltunk.

- Milyen kérdések hangzottak el?
- Készítettek-e a tanulók ábrát vagy más reprezentációt?
- Milyen kapcsolatokat fedeztek föl az adott szituációban?
- Milyen számításokat végeztek? Képesek voltak-e a számításokat értelmezni?
- Képesek voltak-e hatékonyan kommunikálni a kapott eredményeket?
- Úgy érezték-e a tanulók, hogy most a megszokottól eltérő foglalkozáson vettek részt?
- Dereng-e már nekik, hogy azok a technikák, amiket az iskolában elsajátítanak, hozzákapcsolhatók ismeretlen problémahelyzetekhez?



### 6. A sample lesson plan

The following suggestions describe one possible approach to using the photographs with students. This approach is intended to introduce them to the modeling cycle. The timings below are very tentative. This lesson outline may well stretch into two lessons in practice!

#### Introduce the situation, then ask students to identify problems 5 minutes

*The aim of today's lesson is to see if you can use mathematics to analyse a situation. To start with, you may not think the situation has anything at all to do with maths or science. I want to see if you can be creative and find ways of using the things you have learned at school.*

Introduce the situations carefully and vividly. Use the PowerPoint presentation on an interactive whiteboard, if possible.

*These photographs were taken in Honduras. They show some people building a school out of old one-litre plastic bottles, just like the ones you buy lemonade in. They first fill them up with sand and then use them as bricks. This is a great way of using waste materials! What questions could we ask about this situation?*

Give students two minutes to note down any problems that spring to mind, then collect their ideas on the board. For example:

*How many bottles (or how much sand) will it take to build one wall?  
How many bottles to build the whole building?  
How do the corners work?*

Ask students to identify which problems may be solved using mathematics and ask each group to choose one of these problems to work on.

#### Simplify and represent the problem 10 minutes

Explain that situations are sometimes too complicated to analyse as they stand. We have to simplify them before representing them with maths. Thinking with mathematics almost always involves this process.

*How might we get started on the problem? Can we try a simpler problem first?  
What resources could we use to help us think about the problem?  
Would squared paper, isometric paper, a tape measure, a ruler help?  
What kinds of diagrams might help?*

Describe the resources that are available for working on the problem. Where appropriate, leave these at the side of the room, so that students can choose whether or not they use them.

## SUGGESTED FURTHER READING

*Learning mathematics through contextualised situations.*

Boaler J. (1993) 'The Role of Contexts in the Mathematics Classroom', *For the Learning of Mathematics* 13(2)

*Looking at the apprenticeship model of learning.*

Brown, J. S., Collins, A. and Duguid, P. (1989) 'Situated cognition and the Culture of Learning', *Educational Researcher*, 18 (1), pp 32-42.

*Looking at a different way to organise the Year 9 curriculum*

Carter, C. (2008) 'A different way', *Mathematics Teaching*, 207, pp 38-40

<http://www.atm.org.uk/mt/archive/mt207files/ATM-MT207-38-40-mo.pdf>

*What do pupils see as mathematical? Does it have to have numbers?*

Mendick, H., Moreau, M. and Epstein D. (2007) 'Looking for mathematics' in D. Kuchemann (Ed.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* 27 (1) pp 60 – 65

<http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip27-1/BSRLM-IP-27-1-11.pdf>

*A comparison of the mathematics people use in school and out of school.*

Nunes, T., Schliemann, A.D., Carraher, D.W. (1993), *Street mathematics and school mathematics*, Cambridge University Press

*What is important in mathematics education?*

Polya G (2002) 'The goals of mathematical education: part 1 and part 2' *Mathematics Teaching*, 181, pp 6-7 and 42-44

<http://www.atm.org.uk/mt/archive/mt181files/ATM-MT181-06-07.pdf>

<http://www.atm.org.uk/mt/archive/mt181files/ATM-MT181-42-44-mo.pdf>