

NADVÄZOVANIE NA PREDCHÄDZAJÚCE VEDOMOSTI ŽIAKOV

Ako reakciami na podnety od žiakov podporovať ich učenie sa?

Pracovné listy pre učiteľov

Obsah

1	Problémy pri formatívnom hodnotení	2
2	Princípy formatívneho hodnotenia	3
3	„Zviditeľnenie“ dôvodenia	5
4	Úlohy určené na hodnotenie a ukážky ich riešení.....	6
4	Úlohy určené na hodnotenie a ukážky ich riešení (pokračovanie).....	9
4	Úlohy určené na hodnotenie a ukážky ich riešení (pokračovanie).....	12
5	Vylepšovanie žiackych riešení prostredníctvom kladenia otázok	15
6	Aké otázky klásť?	18
7	Úlohy určené na hodnotenie a ukážky žiackych riešení úloh zameraných na koncept	19
8	Mylné predstavy a chyby: výsledky výskumu.....	23
9	Plán vyučovacej hodiny s formatívnym hodnotením	24
10	Vplyv spätnej väzby na učenie sa žiakov.....	28

1 Problémy pri formatívnom hodnotení

V odbornej literatúre sa uvádza, že postupy formatívneho hodnotenia sa stretávajú s mnohými problémami a ťažkosťami. Black and Wiliam (1998)¹ ich zhrnuli do takýchto oblastí:

Efektivita učenia sa:

- Testy, ktoré učitelia zadávajú, podporujú mechanické a povrchné učenie sa.
- Učitelia si navzájom nevymieňajú použité otázky a metódy, takže nie je kriticky posúdené, či naozaj hodnotia to, čo by mali hodnotiť.
- Pri učení sa prevláda tendencia zdôrazňovať kvantitu práce a zanedbávať pritom jej kvalitu.

Vplyv hodnotenia

- Funkcia hodnotenia bodmi a známami je preceňované, zatiaľ čo užitočné rady a vzdelávacia funkcia sa často podceňujú.
- Používajú sa prístupy, pri ktorých sa žiaci navzájom porovnávajú, čo v nich vyvoláva pocit, že hlavným cieľom je súťaž a nie ich osobné zlepšenie sa; v dôsledku toho je spätná väzba pri hodnotení pre slabšie prospievajúcich žiakov signálom, že im chýbajú „schopnosti“, a to ich vedie k presvedčeniu, že sa niečo nedokážu naučiť.

Riadiaca funkcia hodnotenia

- Spätná väzba učiteľa pre žiakov spĺňa sociálnu a riadiacu funkciu, a to často na úkor vzdelávacej funkcie.
- Učitelia vedia často predvídať výsledky žiakov z externých testov, pretože učiteľmi vytvorené testy sú im často veľmi podobné, ale zároveň vedia učitelia len málo o vzdelávacích potrebách žiakov.
- Pri rozpoznávaní vzdelávacích potrieb žiakov sa prikladá väčšia váha súboru známok ako analýze žiackych prác. Niektorí učitelia navyše neprihliadajú na záznamy hodnotenia žiakov od ich predchádzajúcich učiteľov.

¹ Black, P., & Wiliam, D. (1998). Inside the black box : raising standards through classroom assessment. London: King's College London School of Education 1998.

2 Princípy formatívneho hodnotenia

Formatívne hodnotenie môžeme definovať ako:

„... všetky činnosti učiteľa a jeho žiakov pri vzájomnom hodnotení, ktoré slúžia ako spätná väzba pri prispôbovaní a úprave vzdelávacích aktivít, do ktorých sú zapojení. Takéto hodnotenie sa stáva „formatívnym hodnotením“, keď sa aktivity vo vyučovaní prispôbujú tak, aby naplnili potreby žiakov.“ (Black & Wiliam, 1998, 91)

Ciele vyučovacej hodiny stanovujte čo najkonkrétnejšie

Oboznámte žiakov s cieľmi vyučovacej hodiny a občas žiakov požiadaajte, aby dokázali, že vedia tieto ciele dosiahnuť.

„Vymyslíte nejaký príklad, aby ste mi ukázali, že viete, čo je Pytagorova veta a rozumiete jej.“

„Počas tejto vyučovacej hodiny ste sa mali rozhodnúť, akú metódu použijete. Ukážte mi, v ktorej časti ste to robili.“

Pre žiakov môže byť náročné oceniť, že niektoré vyučovacie hodiny sú zamerané na pochopenie pojmov, zatiaľ čo iné sa orientujú viac na rovíjanie procesov objavného vyučovania.

Stanoviť ciele vyučovacej hodiny čo najkonkrétnejšie neznamena napísať ich na tabuľu na začiatku vyučovacej hodiny, ale konkrétne sa o nich zmieňovať počas toho, ako žiaci pracujú. Ak je cieľom vyučovacej hodiny rozvíjať procesy objavného vyučovania počas diskusie v triede, žiaci by sa mali sústrediť na porovnávanie a výmenu prístupov, nie odpovedí.

Hodnoťte skupiny aj jednotlivých žiakov

Skupinová práca poskytuje mnoho príležitostí na pozorovanie, počúvanie a kladenie otázok žiakom. Pomáha pri „zviditeľnení“ dôvodu a umožňuje učiteľovi rýchlo zistiť, kde nastali problémy.

Pred prerušením pozorujte a počúvajte

Predtým, než prerušíte diskusiu v skupine, chvíľu počkajte a počúvajte. Skúste sledovať reťaz dôvodu žiakov. Ak ich prerušíte, začnite tým, že požiadate jedného z nich, aby niečo vysvetlil. Ak sa mu to nepodarí, požiadaajte o to iného žiaka.

Používajte divergentné metódy hodnotenia („Ukážte mi, čo viete o...“).

Charakteristickými konvergentnými stratégiami hodnotenia sú napríklad odškrtnávací zoznam alebo vyjadrenia typu vie/nevie. Učiteľ kladie uzavreté otázky, aby zistil, či žiak vie, rozumie alebo dokáže urobiť vopred určenú vec alebo nie. Tento typ hodnotenia sa pri písomných testoch používa najčastejšie.

Pri divergentnom hodnotení sa žiakom, naopak, kladú otvorené otázky, ktoré im umožňujú popísať a vysvetliť ich myslenie a spôsob argumentácie. Odpoveďami na tieto otázky nás môžu žiaci prekvapiť, pretože výsledky sa nedajú predvídať.

Dávajte konštruktívnu, užitočnú spätnú väzbu

Podľa výskumov je hodnotenie práce žiakov známkami alebo úrovňami pre nich neefektívnou odozvou a dokonca môže pri učení sa prekážať. Kvantitatívna spätná väzba tohto typu vyústi do vzájomného porovnávania si známok alebo úrovní a odvracia pozornosť od matematiky.

Namiesto toho používajte kvalitatívne ústne alebo písomné komentáre, ktoré pomôžu žiakom rozoznať, čo vedia, čo potrebujú vedieť a ako môžu tento rozdiel zmenšiť.

Zmeňte vyučovanie podľa Vášho hodnotenia

Vyvodzovanie dôsledkov z hodnotenia pre ďalšie vyučovanie je práve tak dôležité ako poskytovanie spätnej väzby žiakom. Buďte flexibilný a pripravený zmeniť svoj učebný plán v polovici kurzu s ohľadom na to, čo prostredníctvom svojho hodnotenia zistíte.

Prispôsobené z: Improving Learning in Mathematics, Department for Education and Skills, 2005.

3 „Zviditeľnenie“ dôvodu

Pri kladení otázok používajte mini-tabule

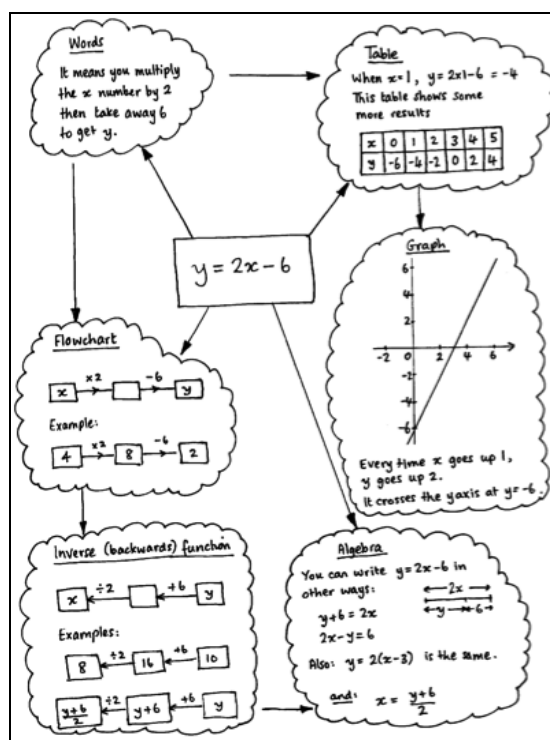
Pri kladení otázok v bežnej triede nastáva problém s tým, že niektorí žiaci dominujú nad ostatnými, zatiaľ čo ostatní sa boja zapojiť. Pri tejto stratégii odpovedajú všetci žiaci súčasne. Pri otvorených otázkach sú žiaci schopní vytvoriť rôzne odpovede. Učiteľ tiež dokáže hneď ohodnotiť, ktorí žiaci myšlienke rozumie a ktorí nie.



Žiadajte od žiakov, aby vytvárali plagáty

Úlohou malej skupiny žiakov je spolupracovať na tvorbe plagátu, ktorý bude znázorňovať:

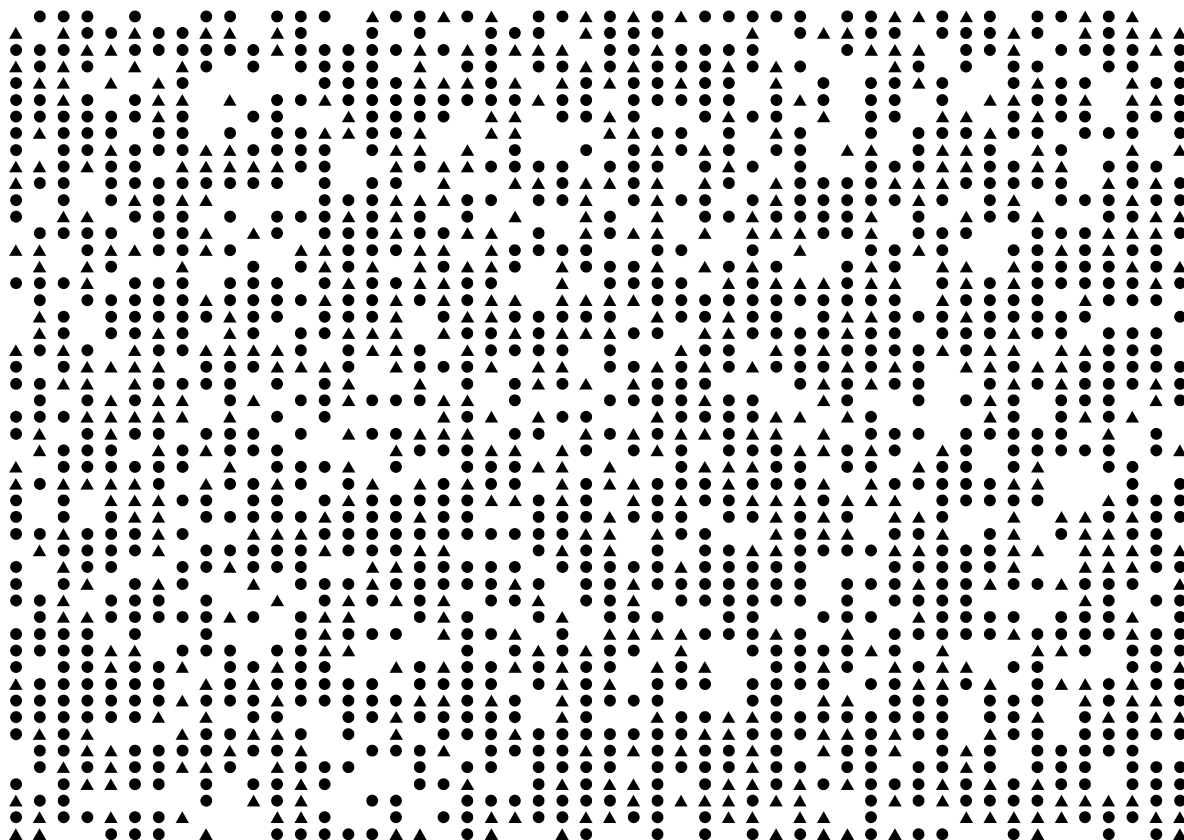
- ich spoločné riešenie problému;
- čo vedia o danej téme;
- dva rôzne spôsoby riešenia daného problému;
- prepojenie medzi matematickou myšlienkou a inými s ňou súvisiacimi myšlienkami.



Prispôsobené z: *Improving Learning in Mathematics, Department for Education and Skills, 2005.*

4 Úlohy určené na hodnotenie a ukážky ich riešení

Počítanie stromov



Na obrázku je lesík s niekoľkými stromami.

Staré stromy sú znázornené kruhmi ●, mladé stromy sú znázornené trojuholníkmi ▲.

Tomáš chce vedieť, koľko stromov je v lesíku z každého typu, ale podľa neho bude trvať príliš dlho, kým by ich po jednom spočítal.

1. Akú metódu by mohol použiť, aby odhadol počet stromov z každého typu?
Metódu, ktorú navrhnete, podrobne popíšte.
2. Svoju metódu použite na odhadnutie počtu:
 - (a) starých stromov
 - (b) mladých stromov

Riešenie zapíšte do pracovného listu.

Ukážka riešenia: Laura

① You could multiply the number of trees in the length by the number of trees in the width and then half your answer.

② a. Old trees - 644
Young trees - 644

width - 33
length - 39.

$33 \times 39 = 1287$
 $1287 \div 2 = 643.5 = 644$

Ukážka riešenia: Jenny

1. there are 38 trees in each column
there are around 11 young trees
and around 27 old ones
33 trees in each row so

$11 \times 33 = 363$
 $27 \times 33 = \begin{array}{r} 891 \\ 1254 \\ \hline \end{array}$

2.

a. $11 \times 33 = 363 = \text{new trees.}$

b. $27 \times 33 = 891 = \text{old trees.}$

Ukážka riešenia: Woody

2 columns has 21 young trees
55 old trees

50 columns is approx

$$50 \div 2 = 25$$

$$25 \times 21 = \text{amount of young trees} = 525$$

$$25 \times 55 = \text{amount of old trees} = 1,375$$

rounded up

young 530
old 1,380

Ukážka riešenia: Amber

Counting trees

1. If Tom draws a 10x10 square round some trees and counts how many old and new there are. There are 50 rows and 50 columns altogether so he must multiply by 25. He could do this a few times to check and then take the average.

2.

53 old	x 25	=	1325 old
28 new	x 25	=	700 new
19 spaces	x 25	=	475 spaces
<u>100</u>			<u>2500</u>

$$1325 + 1200 \div 2 = 1262.5$$

$$700 + 875 \div 2 = 787.5$$

check

48 old	x 25	=	1200 old
35 new	x 25	=	875 new
17 spaces	x 25	=	425 spaces
<u>100</u>			<u>2500</u>

So about 1263 old trees
and 788 new trees

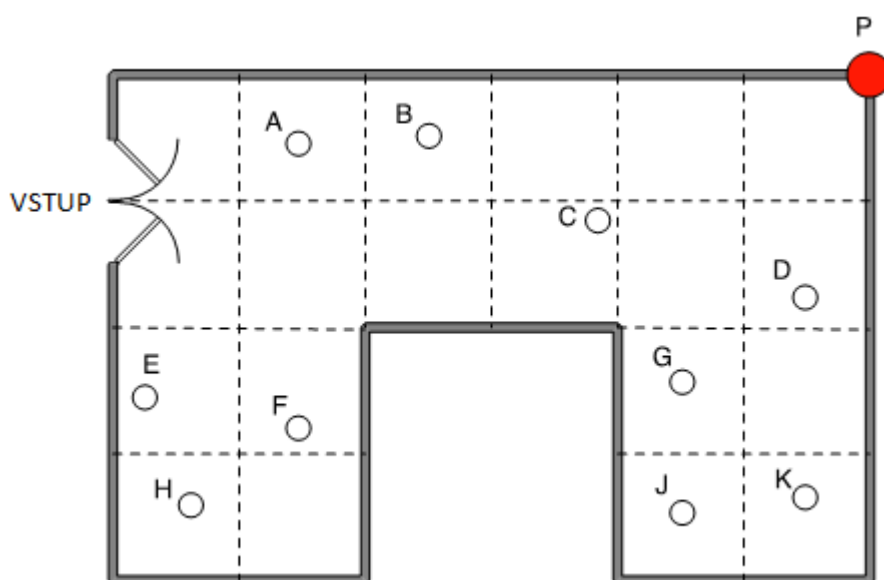
4 Úlohy určené na hodnotenie a ukážky ich riešení (pokračovanie)

Bezpečnostná kamera

Majiteľ obchodu chce zabrániť krádežiam vo svojom obchode.
Rozhodol sa preto nainštalovať bezpečnostnú kameru na strope svojho obchodu.
Kamera sa vie otočiť doprava o 360° .

Majiteľ obchodu umiestni kameru do bodu P v rohu miestnosti.
Z plánu znázorneného nižšie je vidieť, že v obchode stojí desať ľudí.

Plán obchodu



1. Ktorých ľudí nie je vidieť, keď je kamera umiestnená v bode P?
2. Majiteľ obchodu tvrdí, že „15% obchodu na kamere nie je vidieť“. Dokážte, že jeho tvrdenie je pravdivé.
3. (a) Nájdite najlepšie umiestnenie pre kameru, aby bolo z obchodu vidieť čo najviac.
(b) Vysvetlite, podľa čoho viete, že je to pre kameru to najlepšie umiestnenie.

Ukážka riešenia: Max

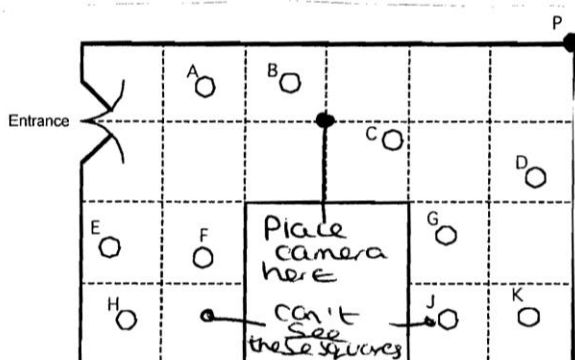
1. E, F and H cannot be seen by the camera.
- 2.
- 3a. The exact middle of the shop would be the place where it could see the most amount of people.
- 3b. Because the middle of the shop will grant the camera a larger vision of the shop.

Ukážka riešenia: Ellie

1. F + H

2. This is true because if there are 20 squared areas to make up the shop and 3 cannot be seen by the camera then that means the 3 squared areas would have to equal 15%. They do because if of the room = 100% then to get from 10 to 100 you divide by 10 and if you get 5 to 100 you divide by 2 and then by 10. add them together and you'll get 15%.

3a+b. I think the best place for the camera is in the centre of the room because it only can't see two squares.



Ukážka riešenia: Simon

1. F + H

2. because 3 squares are hidden from the camera
1 square is 5% so 3 squares are 15%

3.
a Here is the best place
b it can see all the cars almost every where

Ukážka riešenia: Rhianna

1. He cannot see F + H.

2. There are 20 squares. 3 squares are hidden from the camera.
Each square represents 5%.
 $3 \times 5\% = 15\%$
This proves 15% of the shop is hidden

3.
a)

● = R	5% is hidden on one half.
My camera	5% is hidden on the other half.

 This way only 10% is hidden + that space could be used for a til / trolleys.

b) I know this is the best place because it has a full view of all around the shop it can go

4 Úlohy určené na hodnotenie a ukážky ich riešení (pokračovanie)

Mačky a mačiatka

Toto je plagát uverejnila organizácia, ktorá sa stará o túlavé mačky.



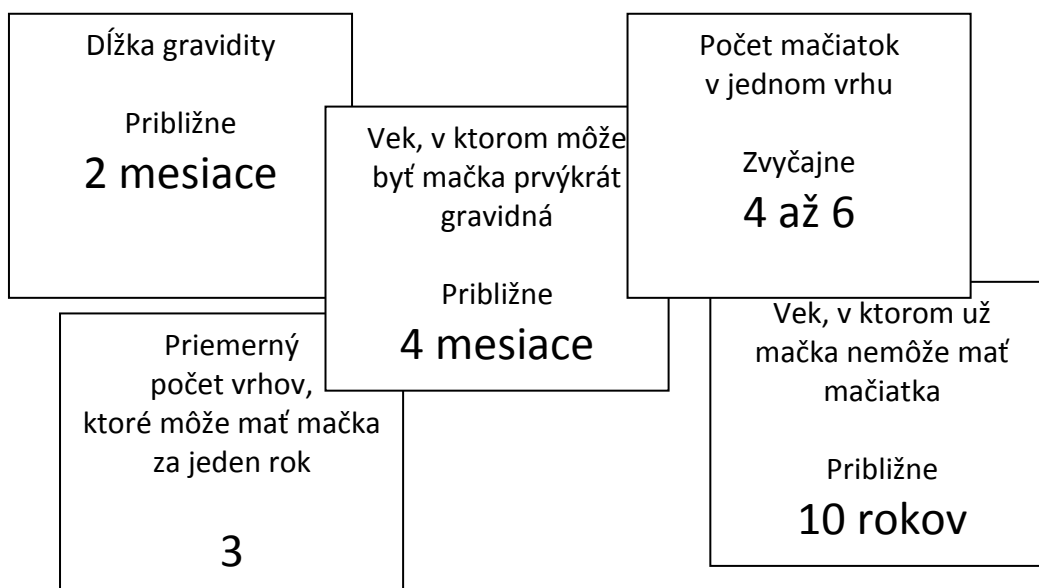
Mačky nevedia
počítať, ale dokážu
sa znásobiť.

Len za 18 mesiacov môže mať táto
mačka až 2000 potomkov.

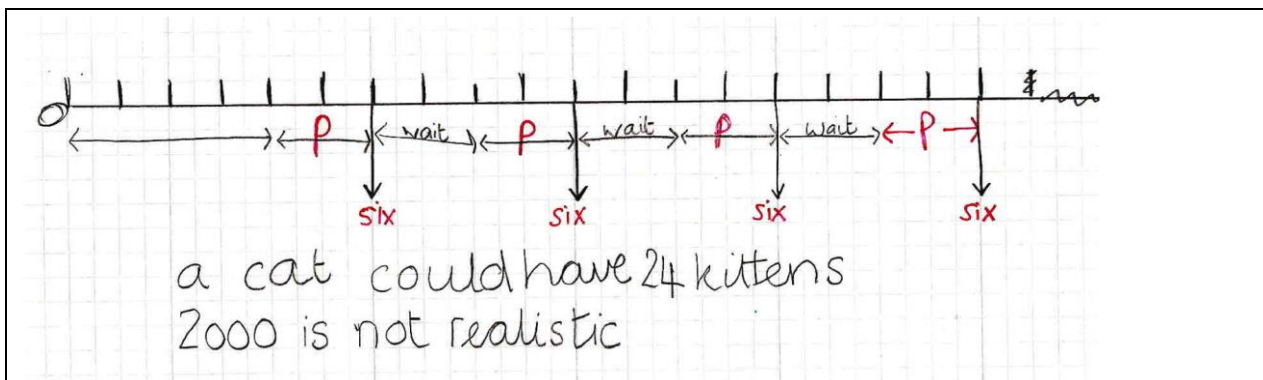
Uistite sa, že vaša mačka nemôže mať mačiatka.

Zistite, či je tento počet potomkov reálny.

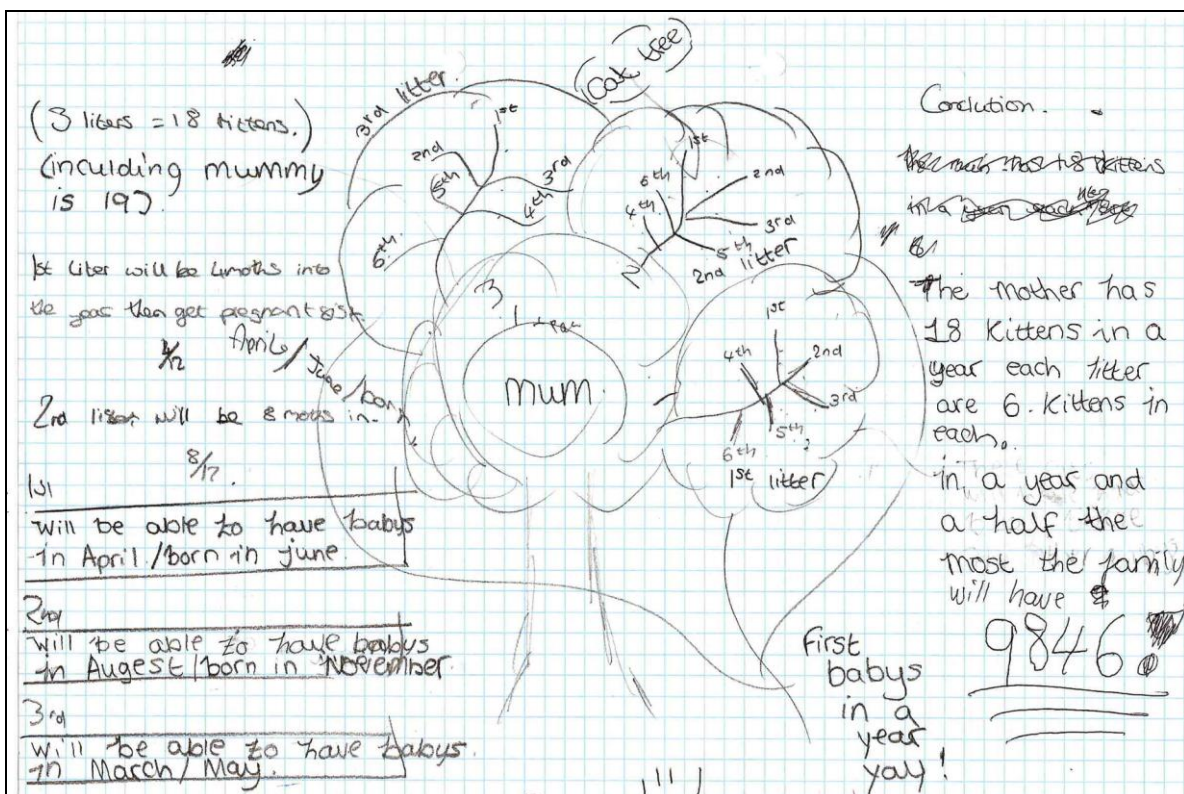
Tu sú niektoré údaje, ktoré budete potrebovať:



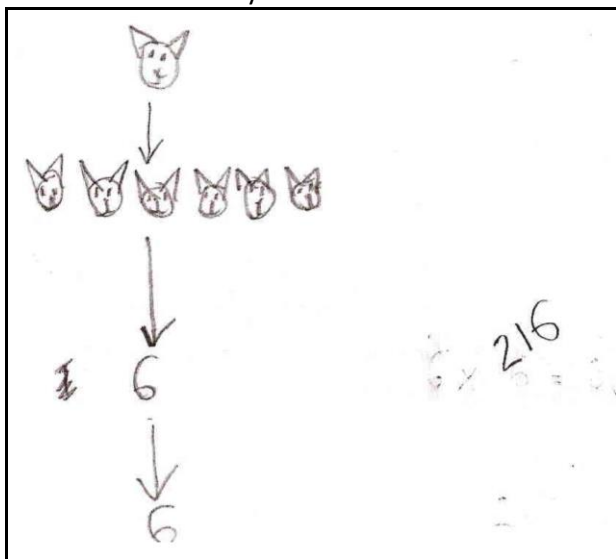
Ukážka riešenia: Alice



Ukážka riešenia: Ben



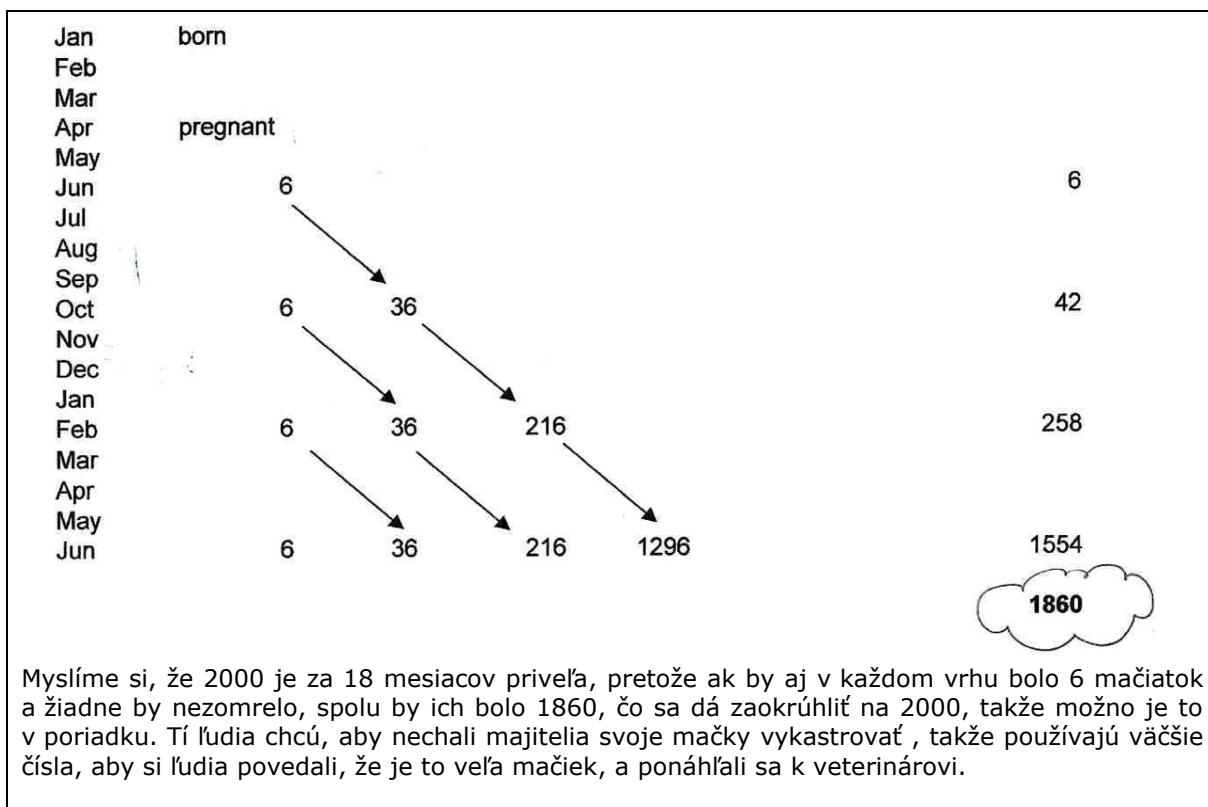
Ukážka riešenia: Wayne



Ukážka riešenia: Sally a Janet

Túto úlohu spolu riešili dvaja žiaci, diskutovali spolu a navzájom si vymieňali metódy.

Použili pracovný list.



5 Vylepšovanie žiackych riešení prostredníctvom kladenia otázok

Počítanie stromov

Ukážka riešenia: Laura

Laura sa pokúša odhadnúť počet starých a nových stromov tak, že spočíta všetky stromy v prvom riadku, vynásobí ich počtom riadkov na obrázku a potom vydolí dvoma. Neuvažuje medzery medzi stromami, ani si neuvedomuje, že na obrázku nie je rovnaký počet stromov z každého druhu.

Aké otázky by ste mohli Laure položiť, aby ste jej pomohli vylepšiť jej riešenie?

Ukážka riešenia: Jenny

Jenny si uvedomuje, že si musí vybrať vzorku, ale vynásobí počet počet mladých stromov a počet starých stromov v ľavom stĺpci počtom stromov v spodnom riadku. Stĺpce, v ktorých v spodnom riadku nie sú žiadne stromy, ignoruje, takže jej metóda podhodnocuje celkový počet stromov. Uvedomuje si však, že počet starých a nových stromov bude rôzny.

Aké otázky by ste mohli Jenny položiť, aby ste jej pomohli vylepšiť jej riešenie?

Ukážka riešenia: Woody

Woody si za vzorku vybral dva stĺpce a spočítal v nich počet starých a nových stromov. Potom ich vynásobil číslom 25 (polovica z 50 stĺpcov), aby mohol odhadnúť ich celkový počet.

Aké otázky by ste mohli Woodymu položiť, aby ste mu pomohli vylepšiť jeho riešenie?

Ukážka riešenia: Amber

Amber si vybrala reprezentatívnu vzorku a pracuje na rozumnej odpovedi. Správne používa proporcionálne myslenie. Svoju prácu kontroluje priebežným počítaním medzier medzi stromami. Jej práca je jasná a ľahko pochopiteľná.

Aké otázky by ste mohli Amber položiť, aby ste jej pomohli vylepšiť jej riešenie?

Bezpečnostná kamera

Ukážka riešenia: Max

Max si uvedomuje, že osoby F a H nie je vidieť, ale nesprávne usúdil, že ani osobu E nie je vidieť. Svoje tvrdenie nijako nepodložil a jeho ďalšie výroky sú nesprávne.

Aké otázky by ste mohli Maxovi položiť, aby ste mu pomohli vylepšiť jeho riešenie?

Ukážka riešenia: Ellie

Ellie do obrázku nenačrtla žiadne čiary vedúce z kamery, ktorými by odôvodnila svoju odpoveď. Správne však uviedla, že osoby F a H nie je vidieť a že nie je vidieť 3 štvorce. Môžno však mala na mysli celé štvorce, nie súčet obsahov. Jej odôvodnenie tvrdenia, že 15% obchodu na kamere nie je vidieť, je neúplné a je len slabô vysvetlené. Zdá sa, že rozumie tomu, že 5% je jedna dvadsatina a 10% je jedna desatina.

Aké otázky by ste mohli Ellie položiť, aby ste jej pomohli vylepšiť jej riešenie?

Ukážka riešenia: Simon

Simon správne uviedol, že osoby F a H nie je vidieť a že nie je vidieť 3 štvorce = 15% obsahu. Je však možné, že si myslel, že kamerou nie sú pokryté 3 celé štvorce. Hľadal najlepšie miesto pre kameru a ukázal, že stred strany je dobrý, ale potom už v hľadaní nepokračuje. Nerobí žiadne výpočty.

Aké otázky by ste mohli Simonovi položiť, aby ste mu pomohli vylepšiť jeho riešenie?

Ukážka riešenia: Rhianna

Rhianna správne uviedla, že osoby F a H nie je vidieť a že nie je vidieť 3 štvorce = 15% obsahu. Hľadá najvhodnejšie miesto na umiestnenie kamery a ukáže, že stred strany je vhodný. Rhianna uvádza jasný náčrt spolu s čiarami vedúcimi z kamery a výpočtami, ktorými podložila svoje zistenia.

Aké otázky by ste mohli Rhianne položiť, aby ste jej pomohli vylepšiť jej riešenie?

Mačky a mačiatka

Ukážka riešenia: Alica

Alica si na reprezentáciu úlohy zvolila časovú os. Do úvahy brala len počet mačiatok pochádzajúcich od pôvodnej mačky. K tomu prislúchajúce výpočty sú presné.

Aké otázky by ste mohli Alici položiť, aby ste jej pomohli vylepšiť jej riešenie?

Ukážka riešenia: Ben

Ben sa rozhodol, že nakreslí „rodostrom“ mačiek a skúsil ho časovo obmedziť (s nejakými chybami). Spôsob vyjadrovania je jasný a umožňuje čitateľovi sledovať jeho dôvodenie, ale hodnota 9846 nie je vysvetlená a nevyplýva z argumentov, keďže aj on uvažuje len mačiatka od pôvodnej mačky. Jasne vyjadrený je len počet mačiatok z jedného vrhu.

Aké otázky by ste mohli Benovi položiť, aby ste mu pomohli vylepšiť jeho riešenie?

Ukážka riešenia: Wayne

Zdá sa, že Woody uprednostňuje minimalistický prístup! Začal tým, čo sa zdalo byť časovo náročnou grafickou reprezentáciou, ale tú potom nedokončil a namiesto toho pracoval na číselnej reprezentácii.

Aké otázky by ste mohli Waynovi položiť, aby ste mu pomohli vylepšiť jeho riešenie?

Ukážka riešenia: Sally a Janet

Sally a Janet použili tabuľkový kalkulátor, aby mohli kontrolovať čas aj rozmnožovanie a ich metóda je jasná a efektívna.

Aké otázky by ste mohli Sally a Janet položiť, aby ste im pomohli vylepšiť ich riešenie?

6 Aké otázky klásť?

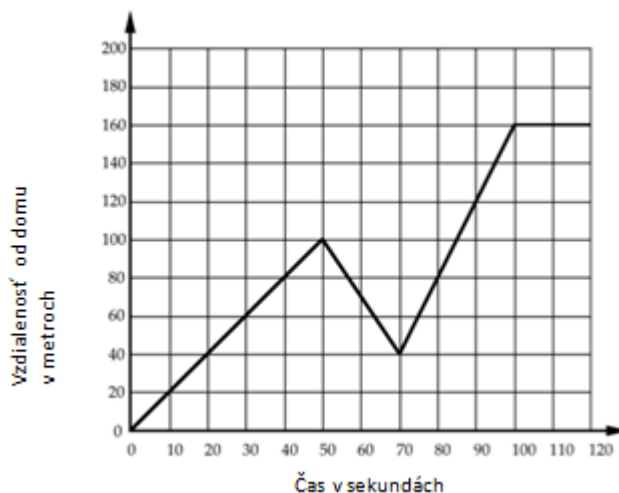
<p>Sformulujte otázky, vyberte vhodné reprezentácie a nástroje.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aké otázky týkajúce sa tejto situácie by ste mohli položiť? • Ako je možné tento problém začať riešiť? • Aké techniky by mohli byť pri riešení užitočné? • Aký druh diagramu by mohol pomôcť? • Viete to nejako stručne zapísať? • Ako sa dá tento problém zjednodušiť? • Čo poznáme a čo nie? • Aké predpoklady sa dajú vytvoriť?
<p>Logicky argumentujte, tvorte hypotézy a predpoklady, počítajte presne</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Kde ste už niečo také predtým videli? • Čo je tu pevné a čo sa dá meniť? • Čo je tu rovnaké a čo je rôzne? • Čo by sa stalo, keby som zmenil/a toto... na toto... ? • Smeruje tento prístup niekam? • Čo urobíte, keď sa dopracujete k tej odpovedi? • Toto je len špeciálny prípad... čoho? • Viete vytvoriť nejaké hypotézy? • Viete vymyslieť nejaké kontrapríklady? • Aké chyby ste urobili? • Viete navrhnúť iný spôsob, ako by sa to dalo urobiť? • Aké závery sa dajú z týchto údajov vyvodiť? • Ako môžete skontrolovať tento výpočet bez toho, aby ste ho robili celý odznova? • Ako sa to dá rozumne zapísať?
<p>Interpretujte a ohodnoťte obdržané výsledky</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Ako môžete čo najlepšie zobrazíť svoje údaje? • Je lepšie použiť tento typ tabuľky alebo ten druhý? Prečo? • Aké schémy sa dajú v týchto údajoch nájsť? • Z akých dôvodov sa tam tieto schémy môžu nachádzať? • Viete mi udať presvedčivý argument pre tento výrok? • Myslíte si, že je táto odpoveď zmysluplná? Prečo? • Ako si môžete byť na 100% istý/á, že je to pravda? Presvedčte ma! • Čo si myslíte o Anninom argumente? Prečo? • Akú metódu by tu bolo najlepšie použiť? Prečo?
<p>Prezentujte svoje riešenie a zhodnoťte ho</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Akú metódu ste použili? • Aké iné metódy ste zvažovali? • Ktorá z vašich metód bola najlepšia? Prečo? • Ktorá metóda bola najrýchlejšia? • Kde ste sa už s takýmto problémom predtým stretli? • Aké metódy ste naposledy použili? Dali by sa použiť aj v tomto prípade? • Aké užitočné stratégie, ktoré budete môcť nabudúce použiť, ste sa naučili?

7 Úlohy určené na hodnotenie a ukážky žiackych riešení úloh zameraných na koncept

Interpretácia grafu vyjadrujúceho závislosť dráhy a času

Jana prejde každé ráno po rovnej ceste od jej domu až k zastávke 160 metrov. Na grafe je znázornený priebeh jej cesty v jedno ráno.

1. Popíšte, čo sa mohlo stať.
Zahrňte aj podrobnosti, napr. to, ako rýchlo išla.



Jodieine riešenie

Jane walked along a road for 100 metres instead of walking another 30 metres she took a short cut down an alleyway which took her 20 minutes. She walked very quickly then she caught the bus to her college which took about 50 minutes.

Maxinovo riešenie

when she get out she starts walking fast to the bus stop then she slows down then she picks up the speed again and then ^{her} speed goes ~~constant~~ constant.

Percentuálne zmeny

1. Mária vidí šaty vo výpredaji. Bežná cena šiat je 56,99€.
Podľa štítku sú šaty v 45%-nej zľave.
Vyberie si kalkulačku, aby si vypočítala, koľko by ju šaty stáli teraz. Na kalkulačke ale nie je tlačidlo %.

Ktoré tlačidlá na kalkulačke musí stlačiť?
Zapíšte správne poradie tlačidiel.
(Cenu šiat nemusíte vypočítať.)



2. V obchode boli vo výpredaji všetky ceny znížené o 20%.
Po výpredaji sa všetky zvýšili o 25%.
Ako sa zlacňovanie a zdražovanie odrazilo na cenách v obchode?
Svoju odpoveď vysvetlite.

Georgeovo riešenie

① $56.99 - 0.45$
② Prices went up 5%
I know this because $25\% - 20\% = 5\%$.


Jurgenovo riešenie

1. $56.99 \div 100 \times 45 =$
 ~~$56.99 - \text{Ans} =$~~
 $56.99 - 56.99 \div 100 \times 45 =$
2. $\$56.99 = 100\%$
 $1\% = 56.99 \div 100 = 0.5699$
 $20\% = 0.5699 \times 20 = 11.398$
 $25\% = 0.5699 \times 25 = 14.2475$
Difference = 2.8495
\$2.85

Zväčšovanie

Emíliine riešenie


Fotografia



16 cm

10 cm

Plagát



25 cm

Zväčšením fotografie sme vytvorili plagát.
 Fotografia má šírku 10 cm a výšku 16 cm.
 Plagát má šírku 25 cm.
 Akú má plagát výšku?

$16 + 15 = 31$

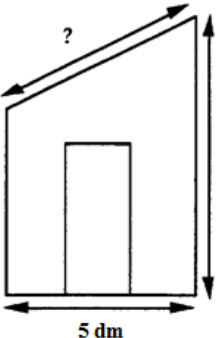
Budova má na plagáte výšku 30 cm.
 Akú výšku má táto budova na fotografii?

$30 - 15 = 15$

Pavlove riešenie

4. Šimon si robí náčrt svojho záhradného prístrešku. Dĺžka 8 cm v jeho náčrte zodpovedá 5 dm v skutočnosti.

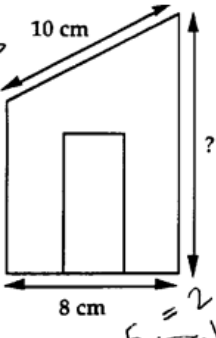
Prístrešok v skutočnosti



8 dm

5 dm

Šimonov náčrt



10 cm

8 cm

$8 = 5 \cdot 1.25$
 $4 = 2.5$
 $2 = 1.25$
 $5 = 2.5 \cdot 2$
 $2.5 = 1.25 \cdot 2$

(a) Aká je výška prístrešku v Šimonovom náčrte?

$1.25 + 1.25 + 1.25 + 1.25 = 5$

(b) Aká je dĺžka strechy prístrešku v skutočnosti?

Interpretácia algebraických vyjadrení

Beátine riešenie

1. Koláč stojí c centov. Sendvič stojí s centov. Kúpil som si 3 koláče a 4 sendviče. Čo reprezentuje zápis $3c + 4s$?

3 koláče a 4 sendviče

2. Na vysokej škole je desaťkrát viac študentov ako učiteľov.
Ak s = je počet študentov na vysokej škole
 t = je počet učiteľov na vysokej škole
Zapište rovnicu vyjadrujúcu závislosť s a t .

$$t = 10s$$

3. Na kurz sa zapísalo štyrikrát viac mužov ako žien.
Ak x = je počet mužov zapísaných na kurz
 y = je počet žien zapísaných na kurz
Zapište rovnicu vyjadrujúcu závislosť x a y .

$$y = 4x$$

4. Nasledujúce výrazy čo najviac zjednodušte:

- | | | |
|----|-----------------------|---------------------------------------------------------------|
| a) | $a + a + a$ | a^3 a^3 |
| b) | $a \times a \times a$ | a^3 a^3 a^3 |
| c) | $a + a + b$ | $a^2 + b$ |
| d) | $a \times a \times b$ | $a^2 \times b$ |
| e) | $a + a \times b$ | $a^2 \times b$ |
| f) | $a + a + b + a + b$ | $a^3 + b^2$ |
| g) | $3a \times 4b$ | $12ab$ |
| h) | $3a + 4b$ | $7ab$ |

**Ak výraz už
nie je možné
zjednodušiť,
napíšte NIE.**

8 Mylné predstavy a chyby: výsledky výskumu

Učenie sa je efektívnejšie, keď sa častým mylným predstavám, ktoré si žiaci zvyknú vytvárať, učiteľ venuje už počas vyučovania, keď na nich upozorní, odhalí ich a diskutuje o nich s celou triedou.

Musíme akceptovať fakt, že žiaci občas nesprávne zovšeobecňujú a mnoho z týchto mylných predstáv a chýb ostane skrytých, až kým učiteľ nevyvinie určité úsilie, aby ich odhalil.

Jedno z najdôležitejších zistení výskumu v oblasti teórie vyučovania matematiky je, že všetci žiaci neustále „vymýšľajú“ pravidlá, ktorými sa snažia vysvetliť veci okolo seba. Je napríklad všeobecne známe, že žiaci si veľmi rýchlo osvoja „pravidlo“, že pri násobení desiatkou pridávajú nulu. Žiaci ale toto pravidlo často príliš zovšeobecnia na situácie, v ktorých to neplatí. V prípade násobenia desiatimi to napríklad použijú pri násobení desatinnými číslami (napr. $2,3 \cdot 10 = 2,30$). Podobne môžu usúdiť, že násobenie vždy zväčšuje, delenie zmenšuje a potom si chybné vyberú násobenie alebo delenie podľa ich vnímania toho, či majú ako výsledok dostať väčšie alebo menšie číslo.

Predchádzanie takýmto chybám však stavia učiteľa pred dilemu. Keď učí násobenie celých čísel desiatimi a chce ukázať, kedy pravidlo s pridávaním nuly na konci neplatí, musí sa odkloniť od témy, a navyše by išlo o také pojmy z matematiky, ktorým žiaci ešte nie sú schopní porozumieť.

K podobnému problému dochádza vtedy, keď učiteľ učí nový postup. Vtedy je najbežnejším prístupom ukázať postup najprv na jednoduchších príkladoch a až potom na tých zložitejších. To je ale kontraproduktívne, pretože žiaci často vyriešia jednoduchšie príklady intuitívne bez toho, aby vedeli, ako ich vyriešili. Takúto metódu však pri zložitejších príkladoch nemôžu použiť. Takže napríklad pri vyučovaní metód riešenia rovníc by bolo lepšie začať takými rovnicami, ktoré by žiaci nevedeli vyriešiť intuitívne, náhodným objavením výsledku alebo metódou „pokús-omyl“.

Model riešenia príkladov od jednoduchších k zložitejším môže byť tiež základom pre mylné predstavy. Napríklad keď sa pri vyučovaní odčítavania dvojčiferných čísel začne s príkladmi bez rozkladu alebo prenášania, môže to umocniť myšlienku, že vždy odčítavame menšie čísla od väčších, čo vedie k neskorším chybám, ako napr. $43 - 28 = 25$.

Zdá sa, že vyučovať spôsobom, pri ktorom sa dá vyhnúť tomu, aby si žiaci vytvorili akékoľvek mylné predstavy (čo sa niekedy nazýva aj „bezchybná komunikácia“), ani nie je možné. Zrejme budeme musieť akceptovať fakt, že žiaci si niektoré informácie nesprávne zovšeobecnia a veľa z týchto mylných predstáv zostane skrytých, až kým učiteľ nevyvinie určité úsilie, aby ich odhalil. Štýl vyučovania, keď učiteľ neustále upozorňuje na mylné predstavy a diskutuje o nich so žiakmi, je potrebný, pretože obmedzuje rozsah vytvárania mylných predstáv. Môže to však byť dosiahnuteľné, keďže veľká časť výskumu za posledných dvadsať rokov preukázala, že obrovská väčšina mylných predstáv je u žiakov veľmi rozšírená.

V diagnostickom projekte Teaching Project, ktorý viedlo centrum Shell Centre for Mathematical Education na Univerzite v Nottinghamu, bol navrhnutý súbor opatrení pre vyučovanie, pomocou ktorých sa dajú zistiť a určiť mylné predstavy žiakov počas vyučovacej hodiny. Dospelo sa k dvom podstatným zisteniam. Prvým z nich bolo, že venovanie sa mylným predstavám počas vyučovania naozaj zlepšuje výsledky žiakov a predlžuje trvácnosť matematických zručností a pojmov. Upozorňovať na mylné predstavy pred uvedením niekoľkých príkladov bolo menej efektívne ako nechať žiakov „padnúť do pasce“ a potom s nimi diskutovať.

Druhým podstatným zistením bolo, že intenzita a stupeň zainteresovanosti žiakov do úlohy pri diskusii v skupine mali oveľa podstatnejší vplyv na učenie sa žiakov ako čas, ktorý riešením úlohy strávili. Napriek tomu, že intenzívnejšia diskusia znamenala, že žiaci sa dlhšie zaoberali malými (ale dôležitými) bodmi, trvácnosť poznatkov bola oveľa dlhodobejšia ako v triedach, ktoré za rovnaké časové obdobie prebrali toho viac, ale povrchnejšie.

Askew, M; Wiliam, D. (1995) Recent Research in Mathematics Education 5-16, Office for Standards in Education, HMSO, London.

9 Plán vyučovacej hodiny s formatívnym hodnotením

Nasledujúce návrhy popisujú jeden z možných prístupov k riešeniu problémov počas vyučovacej hodiny zameranej na formatívne hodnotenie. Žiaci majú najprv problém vyriešiť bez akejkoľvek pomoci. Učiteľ tak môže ohodnotiť ich myslenie a určiť, ktorí žiaci potrebujú pri riešení problému pomoc. Nasleduje „formatívna“ hodina, počas ktorej spolupracujú, hodnotia svoju prácu a skúšajú ju vylepšiť.

Pred vyučovacou hodinou

20 minút

Pred vyučovacou hodinou, resp. na konci predchádzajúcej hodiny, zadajte žiakom na riešenie jednu z úloh *Počítanie stromov*, *Mačky a mačiatka* alebo *Bezpečnostná kamera*. Žiaci by mali mať k dispozícii kalkulačku, ceruzky, pravítka a štvorcový papier.

Cieľom je zistiť, ako dokážete riešiť problém bez mojej pomoci.

- *Nepoviem Vám, ktoré časti matematiky máte použiť.*
- *Je mnoho spôsobov, ako sa dá problém riešiť – vyberte si Vy.*
- *Môže existovať viac ako jedna „správna odpoveď“.*

Nerobte si starosti, ak niečomu nerozumiete alebo niečo neviete urobiť, budeme sa tomu venovať počas nasledujúcich vyučovacích hodín.

Uistite sa, že žiaci poznajú kontext problému.

Počítanie stromov

Vie niekto, čo je stromová plantáž?

Ako sa plantáž líši od prírodného lesa?

Na plantáži rastú staré aj nové stromy.

Ako sa môže usporiadanie stromov na plantáži líšiť od usporiadania stromov v lese?

Mačky a mačiatka

Toto je plagát, ktorý vytvoril spolok na ochranu mačiek, a povzbudzuje majiteľov mačiek k tomu, aby dali svoje mačky sterilizovať, aby nemohli mať mačiatka. V tejto aktivite je úlohou zistiť, čo sa stane, ak svoju mačku nedáte sterilizovať, a či je tvrdenie na plagáte správne.

Je reálne, aby jedna mačka mala 2000 potomkov v priebehu 18 mesiacov?

Úloha obsahuje aj niekoľko údajov o mačkách a mačiatkach, ktoré Vám pri rozhodovaní sa pomôžu.

Bezpečnostná kamera

Videli ste už niekedy v obchode alebo v autobuse bezpečnostnú kameru? Ako vyzerala?

Niektoré z nich vôbec nemusia vyzeráť ako kamery, ale ako malé plogule. Môžu byť upevnené, ale väčšina z nich sa točí dookola. Kamera zo zadania tohto problému sa môže otáčať vpravo o 360°. Na obrázku je znázornený plán obchodu.

To znamená, že sa na obchod pozeráme zhora.

Malé kruhy predstavujú ľudí stojacich v obchode.

Pamätajte si, že si pri riešení máte zapisovať celý postup, aby som pochopil/a, čo ste robili a prečo.

Práce žiakov pozbierajte a ohodnoťte ich konštruktívnou a kvalitatívnou spätnou väzbou. Mala by byť zameraná na logické myslenie žiakov a ich schopnosť argumentovať - kompetencie týkajúce sa kľúčových procesov. Nehodnoťte ich známku, bodmi alebo úrovňami! Pod ich prácu napíšte *iba* otázky. Vo svojom hodnotení sa zamerajte na otázky ako napríklad:

- **Reprezentácia:**
Vedel/a by si tento problém riešiť aj iným spôsobom?
Aký druh diagramu by Ti mohol pomôcť?
Aké predpoklady si vytvoril/a?
- **Argumentácia:**
Ako si dostal/a tento výsledok?
Skontroloval/a si svoje výpočty?
Čo by sa stalo, keby ...?
- **Interpretácia:**
Ako by si mohol/mohla skontrolovať presnosť svojho odhadu?
Akú inú vzorku si si mohol/mohla vybrať?
- **Prezentácia riešenia:**
Je pre mňa náročné sledovať Tvoje myšlienkové procesy.
Vieš svoje argumenty prezentovať tak, aby niekto iný mohol sledovať Tvoje riešenie krok po kroku?

Skúste určiť, ktorí žiaci mali s riešením problému ťažkosti a potrebujú pomoc. Hľadajte tiež žiakov, ktorí boli pri riešení problému úspešní. Budú pravdepodobne potrebovať rozširujúcu aktivitu, aby sa problému ďalej venovali.

Materiály potrebné na vyučovaciu hodinu

Budete potrebovať nasledujúce materiály:

- jednu kópiu zadania problému pre každého žiaka;
- mini-tabule;
- veľké listy papiera a fixky na tvorbu plagátov;
- kalkulačky a pravítka.

Počítanie stromov

- niekoľko veľkých kópií obrázku so stromami pre skupiny, ktoré budú riešiť problém spolu.

Mačky a mačiatka

- zásobu milimetrového alebo štvorcového papiera (ak si ho žiaci vyžadujú).

Bezpečnostná kamera

- niekoľko kópií plánu obchodu na hrubé riešenia;
- štvorcový papier (iba ak si ho vyžadujú).

Opätovné predstavenie problému žiakom

5 minút

Vyučovaciu hodinu začnite tým, že problém znova v krátkosti predstavíte:

*Pamätáte si problém, ktorý ste mali skúsiť vyriešiť na poslednej vyučovacej hodine?
Pozrela som si Vaše riešenia a na koniec každého z nich som napísala niekoľko komentárov.
Dnes budeme spolupracovať a budeme sa snažiť vylepšiť Vaše prvotné pokusy.
Najprv si každý sám prečítajte otázky, ktoré som Vám položila na konci Vašich riešení.
Odpovede na tieto otázky si zapíšete na mini-tabule.*

Je veľmi užitočné, ak požiadate žiakov, aby písali svoje myšlienky pomocou fixiek na veľký hárok papiera alebo na mini-tabuľu. To môže pomôcť nielen Vám pri sledovaní práce žiakov, ale aj žiakom pri zdieľaní svojich myšlienok neskôr počas vyučovacej hodiny.

Žiaci pracujú samostatne a reagujú na otázky vo Vašom hodnotení

5 minút

Dajte žiakom nejaký čas na to, aby si premýšľali nad Vašimi komentármi a zapísali si svoje odpovede.

Žiaci pracujú vo dvojiciach a vylepšujú svoje riešenia

10 minút

Teraz žiakov vyzvite, aby pracovali vo dvojiciach alebo v trojiciach. Dajte každej skupine hárok papiera formátu (najmenej) A3 a fixky.

Teraz chcem, aby ste sa vo dvojiciach o svoju prácu navzájom podelili. Striedajte sa pri vysvetľovaní toho, ako ste úlohu riešili a ako si myslíte, že by ste riešenie mohli teraz ešte vylepšiť.

Teraz chcem, aby ste spolupracovali v dvojiciach, porovnávali si navzájom svoje myšlienky a hodnotenie, ktoré ste odomňa dostali. Chcem od Vás, aby ste spolu sformulovali riešenie problému, ktoré je lepšie ako tie, ktoré ste našli každý samostatne.

Prechádzajte sa po triede, počúvajte žiakov, hodnotte ich myslenie a prerušujte ich kladením strategických otázok. Vytvorte si zoznam kompetencií žiakov potrebný na riešenie príslušného problému a rozhodnite sa, ktoré otázky by boli najvhodnejšie, aby posunuli ich myslenie na vyššiu úroveň výkonu. Používajte strategické otázky ako napríklad:

*Čo poznáme a čo nie?
Čo máte zistiť?
Ako by sme mohli tento problém zjednodušiť?
Aké predpoklady ste vytvorili?*

Žiaci si vymieňajú prístupy k problému so svojimi spolužiakmi

15 minút

Vyzvite žiakov, aby svoje myšlienky a postupy prezentovali pred ostatnými spolužiakmi. Zamerajte sa na ich metódy a nie na ich odpovede. Zatiaľ čo žiaci prezentujú svoje riešenia, hodnotte ich prezentácie podľa zoznamu kompetencií. Zamerajte sa konkrétne na kvalitu ich schopnosti argumentovať a prezentovať svoje riešenie.

*„Rozhodli sme sa, že spočítame rôzne druhy stromov pozdĺž každej strany a potom tieto čísla spolu vynásobíme.“
„Na papier sme si nakreslili časovú os a pod ňu sme nakreslili mačky, aby sme naznačili, kedy prišli na svet.“*

Zatiaľ čo žiaci prezentujú svoje myšlienky, vyzvite ostatných žiakov, aby sa vyjadrili k:

- Reprezentácii: Vybrali si vhodnú metódu?
- Analýze: Sú ich argumenty správne – sú výpočty presné?
- Interpretácii: Sú ich závery rozumné?
- Prezentácii riešenia: Bolo jednoduché porozumieť ich argumentom a sledovať ich?

Žiaci ďalej riešia problém/ alebo rozširujúcu aktivitu k problému

20 minút

Povzbudzujte žiakov v tom, aby sa k problému vrátili a pokračovali v jeho riešení, pričom môžu použiť niektoré z myšlienok, ktoré sa pri prezentácii riešení pred celou triedou dozvedeli. Ak už vytvorili dobré riešenie problému, buď ich požiadajte, aby našli alternatívnu metódu riešenia, presvedčivejší argument, alebo aby pracovali na rozširujúcej aktivite k problému.

Počítanie stromov

Ak by som ti teraz ukázal veľmi veľké balenie lentiliiek, ako by si mohol odhadnúť podiel červených lentiliiek v balení? Zapiš svoju metódu riešenia. Vedel by si použiť to, čo si sa naučil počas riešenia problému „Počítanie stromov“?

Mačky a mačiatka

Vieš nájsť jednoduchší, elegantnejší spôsob prezentovania svojich výpočtov k problému „Mačky a mačiatka“? Vedel by si použiť aj nejaký druh diagramu?

Bezpečnostná kamera

Je niekoľko miest, na ktoré je možné kameru umiestniť, a sú rovnako dobré ako to, ktoré si našiel. Skús nájsť všetky riešenia. Vieš ma presvedčiť o tom, že sú to všetky možné riešenia? Vieš vysvetliť, prečo všetky pokrývajú rovnakú plochu obchodu?

Ukážky žiackych riešení pozbierajte kvôli diskusii, ktorá bude nasledovať. Skúste ohodnotiť, koľko žiakov sa niečo naučilo počas toho, ako si navzájom vymieňali prístupy k riešeniu problému.

10 Vplyv spätnej väzby na učenie sa žiakov

Prečítajte si nasledujúce dva úryvky od autorov Black a Wiliam (1998) a odpovedajte na položené otázky:

Riziká udeľovania známok, úrovni, odmien alebo poradia

„Ak je kultúra triedy zameraná na delenie žiakov podľa dosahovania odmien, „červených hviezdíček“, známok alebo postavenia v triede, žiaci sa zameriavajú na hľadanie spôsobov dosahovania čo najlepších známok, a nie na svoje vzdelávacie potreby, ktoré by mali tieto známky odrkadľovať. Jedným zo známych dôsledkov je, že žiaci sa pri každej príležitosti vyhýbajú riešeniu náročných úloh. Svoju energiu a čas míňajú na hľadanie kľúčov k „správnej odpovedi“. Mnohí sa boja položiť otázku, pretože majú strach zo zlyhania. Žiaci, ktorí sa stretnú s ťažkosťami a dosahujú slabé výsledky, majú pocit, že nemajú dostatočné schopnosti, a to ich vedie k záverom, že tieto ťažkosti pramenia z ich vlastnej neschopnosti, s ktorou nevedia nič urobiť. A tak končia zranení, vyhýbajú sa vkladaniu úsilia do učenia sa, čo môže viesť len k sklamaniu, a svoje sebavedomie si skúšajú budovať inými spôsobmi. Kým žiakom s výbornými výsledkami sa v takejto kultúre darí dobre, celkovým výsledkom je zlepšovanie frekvencie a rozsahu slabších výsledkov.“

- Aké dôsledky z toho vyplývajú pre Vašu prax?
- Čo by sa stalo, keby ste prácu žiakov prestali hodnotiť známkami alebo úrovňami?
- Prečo toľko učiteľov odmieta takúto zmenu?

Výhody hodnotenia prostredníctvom jasnej, konkrétnej, na obsah zameranej spätnej väzby

„Potrebujeme kultúru úspechu podporovanú vierou v to, že všetci tento úspech môžu dosiahnuť. Formatívne hodnotenie môže byť v tomto ohľade veľmi výhodné, ale je potrebné používať ho správnym spôsobom. Pomáha všetkým žiakom, ale obzvlášť dobré výsledky sa dosahujú u slabšie prospievajúcich žiakov, pretože formatívne hodnotenie sa zameriava na konkrétne problémy ich práce a ponúka im jasné porozumenie toho, čo je nesprávne, a tiež dosiahnuteľné ciele, aby sa to naučili pracovať správne. Žiaci dokážu akceptovať tieto „odkazy“ a pracovať s nimi, a to za predpokladu, že nie sú zahalené náznakmi o schopnostiach, súťaživosti a porovnávaní s ostatnými. Takýto „odkaz“ môžete sformulovať nasledovne:

Spätná väzba pre každého žiaka by sa mala týkať konkrétnych vlastností jeho práce a mala by byť doplnená o radu, čo je potrebné zlepšiť. Pri hodnotení by sa mal učiteľ vyhýbať porovnávaniu s inými žiakmi.

- Aké dôsledky z toho vyplývajú pre Vašu prax?
- Musí tento druh hodnotenia nutne zabráť viac času?

Black, P., & Wiliam, D. (1998). Inside the black box : raising standards through classroom assessment. London: King's College London School of Education 1998.